

# RENDICONTI

## DELLE SEDUTE

### DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

**Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.**

*Seduta del 24 aprile 1904.*

P. VILLARI, Presidente.

#### MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

**Matematica.** — *Il teorema di permutabilità per le trasformazioni di Darboux delle superficie isoterme.* Nota del Socio LUIGI BIANCHI <sup>(1)</sup>.

1. Nei Comptes Rendus del 1899 <sup>(2)</sup> il Darboux, occupandosi delle dimostrazioni dei teoremi di Guichard relativi alle deformate delle quadriche di rotazione, ha conseguito nuovi e più generali risultati per la teoria delle superficie applicabili sulle quadriche generali, collegandola a particolari classi di superficie isoterme (a linee di curvatura isoterme). E per le superficie isoterme generali, partendo dalla ricerca degli involuipi di  $\infty^2$  sfere le cui due falde si corrispondono in rappresentazione conforme, l'illustre geometra ha stabilito dei metodi di trasformazione estremamente notevoli. Egli dimostra che, data una qualunque superficie  $S$  isoterma, si può in  $\infty^4$  modi considerarla come la prima falda dell'involuppo di una congruenza (sistema  $\infty^2$ ) di sfere tale che la seconda falda  $S_1$  corrisponda alla  $S$  in rappresentazione conforme, riguardando come punti corrispondenti quelli  $P, P_1$  ove una medesima sfera tocca le due superficie; e la  $S_1$  è quindi ancora isoterma. Il passaggio dalla superficie isoterma data  $S$  alla nuova  $S_1$  diremo brevemente una *trasformazione di Darboux*.

(1) Trasmessa all'Accademia il dì 14 aprile 1904.

(2) Tome CXXVIII, séances du 27 mars, 4 avril, 17 et 24 avril 1899. V. anche: Annales de l'École Normale Supérieure, troisième Série, Tome seizième, 1899.

Per trovare effettivamente le  $\infty^4$  superficie trasformate di una data isoterma  $S$  occorre per altro integrare un sistema di equazioni ai differenziali totali lineare ed omogeneo in cinque funzioni incognite delle due variabili indipendenti  $u, v$  (coordinate curvilinee). Della integrazione di questo sistema poco si poteva dire fino ad ora <sup>(1)</sup> salvo che, una volta integrato il sistema per una superficie isoterma data  $S$ , risultava insieme integrato il sistema analogo per ogni superficie derivata dalla  $S$  combinando le inversioni per raggi vettori reciproci colla trasformazione di Christoffel. Per le inversioni la cosa è evidente, poichè ogni inviluppo di sfere della specie considerata ne viene cangiato in un altro tale inviluppo; e lo stesso risulta per la trasformazione di Christoffel dalla sua *permutabilità* colle trasformazioni di Darboux (cfr. più avanti n. 5).

Ora già da tempo io pensavo che per le generali trasformazioni di Darboux delle superficie isoterme dovesse valere un *teorema di permutabilità* affatto analogo a quello da me trovato nel 1892 per la teoria delle trasformazioni di Bäcklund delle superficie pseudosferiche, teorema che mi ha permesso di semplificare questa teoria risparmiando persino le quadrature prima necessarie per la successiva applicazione delle trasformazioni.

Essendomi dapprima accertato, mediante considerazioni geometriche sui teoremi di Guichard, che la supposta proprietà aveva luogo in estesi casi particolari, ho intrapreso ora i calcoli per le trasformazioni generali delle superficie isoterme ed ho trovato in effetto che anche qui vale un teorema di permutabilità, mediante il quale una volta integrate le equazioni di Darboux per una superficie iniziale  $S$ , l'applicazione delle trasformazioni di Darboux alle nuove superficie derivate non richiede più altro che calcoli algebrici e di derivazione. Per tal modo viene ad un tratto portata la teoria di queste trasformazioni al punto stesso di perfezionamento di quella delle trasformazioni delle superficie di curvatura costante. Ed applicando questi risultati a quelle classi di superficie isoterme dalle quali Darboux ha fatto dipendere la deformazione delle quadriche generali, è facile prevedere che si potrà portare ormai la teoria delle superficie applicabili sulle superficie generali di secondo grado al medesimo punto di sviluppo che ha recentemente raggiunto quella delle superficie applicabili sulla sfera.

Nella presente Nota mi limito a far conoscere le formole relative all'indicato teorema di permutabilità; le dimostrazioni, con ulteriori sviluppi, prenderanno posto in più ampio lavoro.

(1) Ecco le parole testuali di Darboux (Annales I. c., pag. 503): *Tout ce que je puis dire à ce sujet, c'est que lorsque cette intégration aura été faite pour une surface isothermique donnée, elle le sera par cela même pour toutes celles, en nombre infini, qu'on peut en faire dériver par l'application indéfiniment prolongée de la méthode de recurrence que j'ai donnée aux n.ºs 434, 437 de mes Leçons.*



2. Cominciamo da alcune considerazioni generali relative agli involuppi di sfere sulle cui falde si corrispondono le linee di curvatura. Data una qualunque superficie  $S$ , la ricerca di tutti gli involuppi di sfere della detta specie per i quali  $S$  è la prima falda dell'involuppo, dipende, come si sa, dall'integrazione di un'equazione a derivate parziali lineare del 2° ordine *l'equazione del Cayley* relativa alla superficie  $S$ . Tale ricerca essendo identica a quella dei sistemi ciclici di Ribaucour normali alla  $S$ , diremo che la seconda falda  $S_1$  dell'involuppo è derivata dalla prima  $S$  per mezzo di una *trasformazione di Ribaucour*.

Ciò posto, ecco un teorema generale di permutabilità che vale per tutte le trasformazioni di Ribaucour:

*Se di una superficie  $S$  si considerano due diverse trasformate di Ribaucour  $S_1, S_2$ , esiste un'intera serie  $\infty^1$  di superficie  $\Sigma$ , ciascuna delle quali è legata come la  $S$  alle due superficie fisse  $S_1, S_2$  da due trasformazioni di Ribaucour. Note  $S, S_1, S_2$ , la ricerca di questa serie  $\infty^1$  di superficie  $\Sigma$ , contenente  $S$ , dipende da una quadratura.*

Senza trattenermi a dare le formole effettive per questo teorema, osserverò soltanto che la sua dimostrazione può trarsi da quella del teorema di permutabilità dimostrato al § 248 delle mie *Lezioni di geometria differenziale* (vol. II, pag. 71) per le congruenze rettilinee  $W$ . Basta infatti applicare la trasformazione di contatto di Lie che cangia le rette in sfere e quindi una congruenza rettilinea  $W$  in un involuppo di sfere, sulle cui falde si corrispondono le linee di curvatura.

Suppongasi ora in particolare che nel teorema precedente le coppie di superficie  $(S, S_1)$ ,  $(S, S_2)$  siano isoterme e l'una superficie in ciascuna coppia sia dedotta dall'altra con una trasformazione di Darboux. Allora fra le  $\infty^1$  superficie  $\Sigma$ , di cui è parola nel teorema superiore, ve ne ha, oltre  $S$ , una ed una soltanto (distinta in generale da  $S$ ) che è legata nuovamente ad  $S_1, S_2$  da due trasformazioni di Darboux; la determinazione di questa quarta superficie isoterma  $\bar{S}$  si ottiene in termini finiti. In questo risultato consiste il teorema di permutabilità per le trasformazioni di Darboux, che andiamo ora ad enunciare in termini più precisi dando in pari tempo le formole effettive per le nuove trasformazioni.

3. Indichiamo con  $S$  una superficie isoterma qualunque, riferita alle sue linee di curvatura  $(u, v)$ , ed abbiassi pel suo elemento lineare

$$ds^2 = e^{2\theta}(du^2 + dv^2).$$

Colle solite notazioni del mio libro, indichiamo: con  $r_1, r_2$  i raggi principali di curvatura di  $S$ , con  $x, y, z$  le coordinate di un punto  $M$  mobile su  $S$  e con

$$(X_1, Y_1, Z_1) \quad , \quad (X_2, Y_2, Z_2) \quad , \quad (X_3, Y_3, Z_3)$$

i coseni di direzione dei tre spigoli del triedro principale col vertice in  $M$ , diretti rispettivamente: 1° secondo la tangente alla linea  $v = \text{cost}$ ; 2° secondo la tangente alla  $u = \text{cost}$ ; 3° secondo la normale alla superficie.

Per trovare una trasformata di Darboux della superficie isoterma  $S$  occorre anzitutto integrare il seguente sistema lineare omogeneo di equazioni ai differenziali totali in cinque funzioni incognite di  $u, v$ , che indichiamo con  $\xi, \eta, \Phi, W, \sigma$ :

$$(A) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \xi}{\partial u} = m e^{\theta} \sigma + m e^{-\theta} \Phi - \frac{e^{\theta}}{r_2} W - \frac{\partial \theta}{\partial v} \eta, \quad \frac{\partial \eta}{\partial u} = \frac{\partial \theta}{\partial v} \xi, \\ \frac{\partial W}{\partial u} = \frac{e^{\theta}}{r_2} \xi, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial u} = e^{\theta} \xi, \quad \frac{\partial \sigma}{\partial u} = e^{-\theta} \xi, \\ \frac{\partial \xi}{\partial v} = \frac{\partial \theta}{\partial u} \eta, \quad \frac{\partial \eta}{\partial v} = m e^{\theta} \sigma - m e^{-\theta} \Phi - \frac{e^{\theta}}{r_1} W - \frac{\partial \theta}{\partial u} \xi, \\ \frac{\partial W}{\partial v} = \frac{e^{\theta}}{r_1} \eta, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial v} = e^{\theta} \eta, \quad \frac{\partial \sigma}{\partial v} = -e^{-\theta} \eta, \end{array} \right.$$

indicando qui  $m$  una costante (arbitraria). Il sistema (A) è illimitatamente integrabile e possiede l'integrale quadratico

$$\xi^2 + \eta^2 + W^2 - 2m\Phi\sigma = \text{cost.}$$

Per avere una trasformazione di Darboux conviene disporre dei valori iniziali (del resto arbitrarii) di  $\xi, \eta, W, \Phi, \sigma$  in guisa che la costante del secondo membro nella formola superiore si annulli, e si abbia quindi

$$(B) \quad \xi^2 + \eta^2 + W^2 = 2m\Phi\sigma.$$

Se si conoscono cinque funzioni  $\xi, \eta, W, \Phi, \sigma$ , che soddisfino il sistema differenziale (A) e l'equazione (B) in termini finiti, ne risulta definita una seconda superficie isoterma  $S_1$ , trasformata di Darboux della  $S$ , data mediante le formole:

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 = x - \frac{1}{m\sigma} (\xi X_1 + \eta X_2 + W X_3) \\ y_1 = y - \frac{1}{m\sigma} (\xi Y_1 + \eta Y_2 + W Y_3) \\ z_1 = z - \frac{1}{m\sigma} (\xi Z_1 + \eta Z_2 + W Z_3). \end{array} \right.$$

Diremo allora che la superficie isoterma  $S_1$  deriva dalla  $S$  mediante una trasformazione  $D_m$  di Darboux, ponendo in evidenza il valore (essenziale) della costante  $m$ .

Ciò premesso, ecco come si enuncia precisamente il teorema di permutabilità per le trasformazioni di Darboux:



Se dalla superficie isoterma  $S$  si ottengono due nuove superficie isoterme  $S_1, S_2$  mediante le trasformazioni di Darboux  $D_{m_1}, D_{m_2}$  a costanti  $m_1, m_2$  differenti, esiste una quarta superficie isoterma  $\bar{S}$ , pienamente determinata e costruibile in termini finiti, che è legata alla sua volta alle medesime superficie  $S_1, S_2$  da due trasformazioni di Darboux  $\bar{D}_{m_2}, \bar{D}_{m_1}$  colle costanti invertite  $m_2, m_1$ .

Si osservi che, indicando con  $P, P_1, P_2, \bar{P}$  quattro punti corrispondenti di  $S, S_1, S_2, \bar{S}$ , si hanno quattro sfere

$$\Sigma_1, \Sigma_2, \bar{\Sigma}_1, \bar{\Sigma}_2$$

che toccano rispettivamente

$$\begin{aligned} (S, S_1) & \text{ in } P, P_1 & ; & \quad (S, S_2) \text{ in } P, P_2 \\ (\bar{S}, S_1) & \text{ in } \bar{P}, P_1 & ; & \quad (\bar{S}, S_2) \text{ in } \bar{P}, P_2. \end{aligned}$$

Ciascuna di queste quattro sfere genera un involuppo le cui due falde isoterme

$$(S, S_1), (S, S_2), (\bar{S}, S_1), (\bar{S}, S_2)$$

si corrispondono in rappresentazione conforme.

Diamo ora le effettive formole relative alla quarta superficie. Indichiamo per ciò i valori delle funzioni trasformatrici  $\xi, \eta, W, \Phi, \sigma$  nel modo seguente:

$$\begin{aligned} & \text{con } \xi_1, \eta_1, W_1, \Phi_1, \sigma_1 \text{ per passaggio da } S \text{ a } S_1 \text{ (per la } D_{m_1}) \\ & " \quad \xi_2, \eta_2, W_2, \Phi_2, \sigma_2 \quad " \quad " \quad \text{da } S \text{ a } S_2 \text{ (per la } D_{m_2}) \\ & " \quad \bar{\xi}_1, \bar{\eta}_1, \bar{W}_1, \bar{\Phi}_1, \bar{\sigma}_1 \quad " \quad " \quad \text{da } S_1 \text{ a } \bar{S} \text{ (per la } \bar{D}_{m_2}) \\ & " \quad \bar{\xi}_2, \bar{\eta}_2, \bar{W}_2, \bar{\Phi}_2, \bar{\sigma}_2 \quad " \quad " \quad \text{da } S_2 \text{ a } \bar{S} \text{ (per la } \bar{D}_{m_1}). \end{aligned}$$

Le prime dieci funzioni si assumono come note; e le dieci nuove funzioni  $\bar{\xi}_i, \bar{\eta}_i, \bar{W}_i, \bar{\Phi}_i, \bar{\sigma}_i$  ( $i = 1, 2$ ) si esprimono allora per le prime colle formole seguenti. Ponendo

$$(2) \quad \begin{cases} \Omega_1 = \xi_1 \xi_2 + \eta_1 \eta_2 + W_1 W_2 - m_2(\sigma_1 \Phi_2 + \sigma_2 \Phi_1) \\ \Omega_2 = \xi_1 \xi_2 + \eta_1 \eta_2 + W_1 W_2 - m_1(\sigma_1 \Phi_2 + \sigma_2 \Phi_1) \end{cases}$$

si ha:

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} -\bar{\xi}_1 &= \frac{\xi_1}{\Phi_1 \sigma_1} \Omega_1 + (m_2 - m_1) \xi_2, & \bar{\eta}_1 &= \frac{\eta_1}{\Phi_1 \sigma_1} \Omega_1 + (m_2 - m_1) \eta_1, \\ \bar{W}_1 &= \frac{W_1}{\Phi_1 \sigma_1} \Omega_1 + (m_2 - m_1) W_1, & \bar{\Phi}_1 &= \frac{\Phi_1}{\Phi_1 \sigma_1} \Omega_1 + (m_2 - m_1) \Phi_1, \\ & & \bar{\sigma}_1 &= \frac{\sigma_1}{\Phi_1 \sigma_1} \Omega_1 + (m_2 - m_1) \sigma_1 \end{aligned} \right.$$

$$(3^*) \quad \left\{ \begin{aligned} -\bar{\xi}_2 &= \frac{\xi_2}{\Phi_2 \sigma_2} \Omega_2 + (m_1 - m_2) \xi_1, & \bar{\eta}_2 &= \frac{\eta_2}{\Phi_2 \sigma_2} \Omega_2 + (m_1 - m_2) \eta_2, \\ \bar{W}_2 &= \frac{W_2}{\Phi_2 \sigma_2} \Omega_2 + (m_1 - m_2) W_2, & \bar{\Phi}_2 &= \frac{\Phi_2}{\Phi_2 \sigma_2} \Omega_2 + (m_1 - m_2) \Phi_2, \\ & & \bar{\sigma}_2 &= \frac{\sigma_2}{\Phi_2 \sigma_2} \Omega_2 + (m_1 - m_2) \sigma_2. \end{aligned} \right.$$

Queste semplici formole di composizione racchiudono, come si vede, una proprietà analitica alquanto riposta delle soluzioni dei sistemi lineari (A) di Darboux, proprietà dedotta così per via geometrica.

Le formole poi che fanno conoscere, in termini finiti, la quarta superficie  $\bar{S}$  del teorema di permutabilità sono le seguenti:

$$(4) \quad \bar{x} = x + \frac{m_1 - m_2}{m_1 m_2 \psi} \{ (m_1 \Phi_1 \xi_2 - m_2 \Phi_2 \xi_1) X_1 + \\ + (m_1 \Phi_1 \eta_2 - m_2 \Phi_2 \eta_1) X_2 + (m_1 \Phi_1 W_2 - m_2 \Phi_2 W_1) X_3 \},$$

colle analoghe per  $\bar{y}, \bar{z}$ , avendo posto

$$\psi = \xi_1 \xi_2 + \eta_1 \eta_2 + W_1 W_2 - m_1 \Phi_1 \sigma_2 - m_2 \Phi_2 \sigma_1.$$

Osserviamo che nel caso escluso ove le costanti  $m_1, m_2$  si facciano eguali, le formole (3), (3\*) ci dimostrano che si hanno le proporzioni

$$-\bar{\xi}_1 : \bar{\eta}_1 : \bar{W}_1 : \bar{\Phi}_1 : \bar{\sigma}_1 = \xi_1 : \eta_1 : W_1 : \Phi_1 : \sigma_1 \\ -\bar{\xi}_2 : \bar{\eta}_2 : \bar{W}_2 : \bar{\Phi}_2 : \bar{\sigma}_2 = \xi_2 : \eta_2 : W_2 : \Phi_2 : \sigma_2;$$

allora la quarta superficie  $\bar{S}$  del teorema di permutabilità viene a coincidere colla primitiva  $S$ . La stessa cosa risulta immediatamente dalle (4).

4. Del teorema di permutabilità per le trasformazioni di Darboux possono ora trarsi per la successiva applicazione di queste trasformazioni, le medesime importanti conseguenze come dall'analogo teorema per le trasformazioni di Bäcklund delle superficie pseudosferiche (1).

Il risultato principale può enunciarsi così:

*Se per una data superficie isoterma  $S$  si sa integrare completamente il sistema lineare (A) di Darboux, per ogni valore della costante  $m$ , l'integrazione degli analoghi sistemi lineari per le nuove superficie derivate da  $S$  con una trasformazione di Darboux, si effettuerà senz'altro in termini finiti; e l'applicazione successiva ed illimitata delle trasformazioni di Darboux alle nuove superficie non richiederà più altro che calcoli algebrici e di derivazione.*

Per citare un effettivo esempio in cui di una superficie isoterma  $S$  sappiamo trovare tutte le trasformate di Darboux, basta riferirsi al piano (o alla sfera) su cui un qualunque sistema doppio ortogonale isoterma venga assunto come quello delle linee di curvatura. Ove si prenda il detto piano come

(1) Cfr. *Lezioni*, § 385 (vol. II, pag. 416).



piano limite di una metrica non -euclidea per uno spazio di curvatura costante  $K_0 = -\frac{1}{h^2}$ , le superficie trasformate del piano non sono altro che quelle a curvatura media costante  $= \frac{2}{h}$  dello spazio iperbolico, già considerate in una mia antica Memoria del 1888 negli Atti di questa Accademia <sup>(1)</sup>, e di cui poi diedi le equazioni in termini finiti in un lavoro inserito negli Annali di matematica <sup>(2)</sup>. Anche il sig. Thybaut si è occupato di queste superficie nel tomo XVII (3<sup>ème</sup> Série) degli Annales de l'École Normale (1900).

Applicando ora i risultati del teorema di permutabilità a queste superficie isoterme, potremo dedurne, senza alcun calcolo d'integrazione, infinite nuove superficie isoterme colle trasformazioni di Darboux.

5. Ogni superficie isoterma  $S$  ne determina, secondo Christoffel, una seconda coniugata  $S_0$  corrispondente punto per punto alla  $S$  per parallelismo delle normali, in una rappresentazione conforme. Questa coniugata  $S_0$  si ha con quadrature dalla  $S$  mediante le formole

$$\frac{\partial x_0}{\partial u} = e^{-2\sigma} \frac{\partial x}{\partial u}, \quad \frac{\partial x_0}{\partial v} = -e^{-2\sigma} \frac{\partial x}{\partial v}$$

e le analoghe per  $y_0, z_0$ . Diremo che si passa dalla  $S$  alla  $S_0$  per mezzo della trasformazione (involutoria) di Christoffel. Ora se per la superficie isoterma  $S$  conosciamo un sistema di soluzioni

$$(\xi, \eta, W, \Phi, \sigma)$$

del sistema (A), (B), i valori

$$\xi_0 = \xi, \quad \eta_0 = -\eta, \quad W_0 = W, \quad \Phi_0 = \sigma, \quad \sigma_0 = \Phi$$

danno un sistema di soluzioni dell'analogo sistema  $(A_0), (B_0)$  costruito per la  $S_0$ , ferma rimanendo la costante  $m$ . Ciò dimostra che la trasformazione di Christoffel cangia ad un tempo le due falde  $S, S_1$  di un inviluppo di sfere di Darboux nelle due falde di un nuovo inviluppo di sfere della medesima specie; in altre parole:

*La trasformazione di Christoffel è permutabile colle trasformazioni di Darboux.*

È chiaro ora che applicando simultaneamente a quattro superficie isoterme  $S, S_1, S_2, \bar{S}$ , che stiano fra loro nella relazione del teorema di permutabilità, la trasformazione di Christoffel, si otterranno quattro nuove super-

<sup>(1)</sup> *Sulle superficie d'area minima negli spazi di curvatura costante.* Memorie, vol. IV, ser. 4<sup>a</sup>.

<sup>(2)</sup> *Alcune ricerche di geometria non -euclidea.* Ser. 3<sup>a</sup>, t. II, 1898.

ficie nella medesima relazione fra loro. Così pure evidentemente ogni inversione per raggi vettori reciproci avrà sopra  $S, S_1, S_2, \bar{S}$  un effetto analogo.

6. Consideriamo ora alcuni casi particolari notevoli del teorema di permutabilità.

Se la superficie  $S$  è ad area minima, si può particularizzare la trasformazione di Darboux in guisa che anche la derivata  $S_1$  sia ad area minima, nel qual caso la superficie luogo dei centri della sfera  $\Sigma_1$  è applicabile sul paraboloide di rotazione di parametro  $= m$  (1° teorema di Guichard). Per ottenere questa particolare trasformazione basta fare  $\sigma = W$  nelle formole (A).

Suppongasì ora che tanto  $S$  quanto  $S_1, S_2$  siano ad area minima e si abbia per ciò

$$\sigma_1 = W_1, \quad \sigma_2 = W_2.$$

Dalle formole (3), (3\*) segue allora

$$\bar{\sigma}_1 = \bar{W}_1, \quad \bar{\sigma}_2 = \bar{W}_2,$$

e per ciò: *Se tre delle superficie  $S, S_1, S_2$  del teorema di permutabilità sono ad area minima, anche la quarta  $\bar{S}$  è una superficie minima.*

In tal caso le quattro superficie luogo dei centri delle quattro sfere  $\Sigma$  sono applicabili sul paraboloide di rotazione e precisamente quelle descritte dai centri di  $\Sigma_1, \bar{\Sigma}_2$  sul paraboloide di parametro  $m_1$ , e quelle luogo dei centri di  $\Sigma_2, \bar{\Sigma}_1$  sul paraboloide di parametro  $m_2$ .

Se dalle quattro superficie minime

$$S, S_1, S_2, \bar{S}$$

passiamo alle loro coniugate in applicabilità, queste possono situarsi nello spazio in guisa che formino le quattro falde di quattro congruenze rettilinee  $W$  di Thybaut (1). Si ha così un teorema di permutabilità per le congruenze di Thybaut affatto analogo a quello delle congruenze pseudosferiche. Ritornando al teorema di permutabilità per gli involuppi di sfere, possiamo sostituire alle superficie d'area minima superficie di curvatura media costante (non nulla) ed abbiamo così il teorema:

*Se da una superficie  $S$  di curvatura media costante passiamo con due trasformazioni di Darboux (Guichard) a due nuove superficie  $S_1, S_2$  colla stessa curvatura media, anche la quarta superficie  $\bar{S}$  del teorema di permutabilità presenta la medesima curvatura media costante.*

Qui le superficie luoghi dei centri delle sfere saranno applicabili sopra l'ellissoide o sull'iperboloide (a due falde) di rotazione. È manifesto che così abbiamo il teorema di permutabilità per quelle trasformazioni delle superficie di curvatura costante positiva che ho dedotto dall'inversione dei

(1) *Lezioni*, vol. II, pag. 334.



teoremi di Guichard. Ed un teorema analogo vale per le nuove trasformazioni delle superficie pseudosferiche. Ciò si può del resto anche vedere risolvendo le dette trasformazioni reali nelle loro componenti immaginarie di Bäcklund, ed applicando l'ordinario teorema di permutabilità per le trasformazioni di Bäcklund <sup>(1)</sup>.

Considerazioni perfettamente analoghe alle superiori valgono per quelle superficie isoterme che si ottengono dai teoremi di Guichard da me estesi agli spazî di curvatura costante <sup>(2)</sup>. E così pure risultati analoghi ai precedenti sussistono per quelle classi particolari di superficie isoterme che Darboux collega al problema della deformazione delle quadriche generali. È per tal modo visibile che la teoria delle superficie applicabili sulle più generali superficie di secondo grado dovrà ricevere, utilizzando il teorema di permutabilità, un perfezionamento notevole.

**Matematica.** — *Sui fondamenti della Geometria intrinseca non-euclidea.* Nota del Corrispondente E. CESÀRO.

**Fisica.** — *Se le emanazioni radioattive siano elettrizzate.* Nota del Corrispondente A. BATTELLI e di F. MACCARRONE.

Le due Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

**Fisica.** — *Ricerche sopra le sostanze radioattive in relazione colla presenza dell'elio.* Nota del Corrispondente R. NASINI <sup>(3)</sup>.

Abbiamo proseguito nell'Istituto da me diretto gli studi dei quali parlai nella precedente Nota.

Il dott. Pellini ha cercato di concentrare la radioattività del fango di Abano. Egli ha riconosciuto che il solfato baritico ottenuto nel modo che fu già detto, acquista notevolmente in radioattività quando si lascia a sè per molti giorni, mentre appena precipitato la sua attività è assai piccola. Dal solfato, per ebollizione con soluzione di carbonato di sodio e successivo trattamento con acido cloridrico, ottenne il cloruro baritico, il quale pure, appena preparato è poco attivo, ma diventa sempre più attivo col tempo. Sopra il

(1) Questa è appunto la via da me tenuta per accertarmi della sussistenza del teorema in questi casi particolari prima di procedere ai calcoli relativi al caso generale.

(2) Annali di matematica, ser. III, tomi IV e V (1900-1901).

(3) Presentata nella seduta del 10 aprile 1904.

cloruro, prima che si fosse raggiunto il massimo di attività, agì poi col metodo del Marekwald, cioè col ripetuto trattamento per mezzo di amalgama di sodio, dall'amalgama riottenendo i cloruri attivi: giunse così intanto ad un cloruro circa sette volte più energico di quello primitivo ottenuto per decomposizione del solfato baritico. Queste esperienze sembrano non lasciar dubbio che realmente la radioattività dei fanghi di Abano è dovuta alla presenza del radio. Altri prodotti delle terme di Abano, come le incrostazioni della sorgente, il residuo delle acque sono quali più, quali meno attivi del fango a parità di condizioni: ma non sembra che si abbiano nella concentrazione per mezzo del precipitato baritico quei vantaggi che si hanno pel fango. È evidente che l'eventuale accumulamento dei composti del radio, approfittando del residuo dell'acqua, offrirebbe incomparabilmente minori difficoltà e spese che non dovendosi partire dal trattamento del fango. Il dott. Pellini studia ora l'emanazione del fango ed il gas che emana dalla sorgente del Monte Irone.

Il dott. Anderlini ha constatato una notevole attività nel gas dei Soffioni di Larderello e nelle emanazioni che si hanno dalla roccia, da cui scaturiscono i soffioni, e dal fango dei lagoni. Tanto il gas che le emanazioni sono notevolmente radioattive. Per ragioni indipendenti dalla nostra volontà noi non potemmo esaminare il gas che un mese dopo la sua raccolta, ed esso si mostrò fortemente attivo: dopo altri diciotto giorni che era stato in recipienti con acqua la sua attività era diminuita, ma nondimeno era sempre evidentissima. Le emanazioni provenienti dalla roccia e dal fango, private, come fu fatto pel gas, dell'idrogeno solforato che contengono, furono diluite con aria e studiate col solito metodo: esse si mostrarono fortemente radioattive: la radioattività diminuisce col tempo, ma la diminuzione non sembra andar d'accordo con quella osservata per l'emanazione del radio. Ci proponiamo al più presto, grazie alla cortese offerta del conte senatore Florestano De Larderel, di far studi sul posto e di tentare la raccolta e la successiva condensazione dell'emanazione su larga scala.

**Chimica.** — *Esame spettroscopico col metodo del Bunsen di prodotti vulcanici*<sup>(1)</sup>. Nota del Corrispondente R. NASINI e di F. ANDERLINI<sup>(2)</sup>.

Questa Nota si riconnette alla scoperta dell'elio nei prodotti vulcanici fatta nel 1881 dal prof. Palmieri.

*Incrostazioni del Vesuvio.* — I prodotti furono raccolti lungo la grande spaccatura originatasi in seguito al periodo esplosivo del 1895.

(1) Lavoro eseguito dall'Istituto di Chimica generale della R. Università di Padova.

(2) Presentata nella seduta del 10 aprile 1904.



Allineate sulla stessa direzione si trovavano le tre fumarole principali, rivolte a nord; due fra esse erano discretamente accessibili. Da queste usciva abbondante il vapore contenente acido fluoridrico, un po' d'acido cloridrico, vapor d'acqua ecc.; tutto all'intorno si avevano incrostazioni vagamente tinte e varî e vivi colori che andavano dal bruno al giallo passando poi per tutta la gamma dei colori meno refrangibili, per terminare col porpora più cupo. La raccolta fu fatta cercando di separare le varie incrostazioni secondo le diverse apparenze esteriori.

Le sostanze raccolte furono sottoposte all'esame spettroscopico scaldandole direttamente sulla fiamma Bunsen per mezzo di un filo di platino, ripetendo poi l'osservazione dopo aver umettato con acido cloridrico o solforico: in queste esperienze si cercò di uniformarsi il più possibile alle osservazioni fatte da Palmieri quando ebbe a riscontrare, nello spettro dato da incrostazioni analoghe, alla fiamma Bunsen, la riga dell'elio (<sup>1</sup>).

*Incrostazioni bianche a consistenza caseosa, saponacee al tatto, a reazione nettamente acida.* — Le righe che si osservano nello spettro dato da queste incrostazioni messe direttamente sulla fiamma, senza aggiunta d'acido sono :

$\lambda$ (in $\mu\mu$ )	elemento
768	K
620-618	Ca
606-604	Ca
593	Ca
589	Na
585	Ca
582	Ca
554-552	Ca
531	Tl
524	Ba ( $\alpha$ )
514	Ba ( $\beta$ )
460	Sr
423	Ca
404	K

L'ordine con cui apparivano era il seguente: appena introdotta la sostanza si vedevano luminose le righe del sodio e del tallio (persistente) appariva quindi il potassio e da ultimo il calcio.

Umettando la sostanza con acido cloridrico si vedeva il tallio per breve tempo, poi netti gli spettri del potassio, calcio, poco brillante quello del bario e stronzio. Umettando con acido solforico si avevano solo gli spettri del sodio, tallio, potassio.

(<sup>1</sup>) Rend. Accad. di Scienze di Napoli anno XX, 1881, fasc. 10 12; Gazz. chim. ital. anno XII, 1882, pag. 556.

*Incrostazioni giallo-rosse, di consistenza molle, d'odore irritante, nettamente acido.* — Appena si introducono nella fiamma si hanno le righe del sodio e del tallio (meno evidente che nel caso precedente), quindi apparisce il potassio. Umettando con acido cloridrico, oltre le righe nominate si vedono quelle del litio e del calcio. Umettando con acido solforico scompare la reazione spettrale del calcio.

Nelle *incrostazioni gialle*, sia quelle raccolte all'orlo della fumarola, sia quelle raccolte su d'una roccia sovrastante la fumarola e metamorfosata dai vapori che la investivano, non s'ebbe ad osservare che lo spettro del sodio e quello del potassio, anche umettando con acidi. Le incrostazioni dell'orlo constavano di una massa friabile, polverulenta gialla, quelle della roccia di una massa cristallina compatta; ambedue arroventate semplicemente danno una massa bianca.

*Incrostazioni verdi di una fumarola delle lave del 1891.* — Sono costituite da una massa verde compatta, cospersa a tratti di una polvere nera, la quale dà splendido lo spettro del litio, del sodio e del potassio. La massa verde specialmente umettata con acido cloridrico offre lo spettro del rame non ben distinto.

*Incrostazioni della solfatarà di Pozzuoli.* — Nelle incrostazioni raccolte sulla vòlta che copre la grande fumarola della solfatarà, non si ebbe ad osservare che lo spettro del sodio, del potassio e specialmente quello del calcio; la sostanza poi apparisce carica di grandi quantità di sali ammoniacali.

Nelle incrostazioni verdi sottostanti alla roccia investita dal vapore della solfatarà non si osserva che debolissimo lo spettro del sodio; la sostanza riscaldata diventa bianca.

Dato che lo scopo precipuo delle indagini che precedono era di vedere se si potesse riscontrare la riga  $D_3$  dell'elio, osservata dal Palmieri, in tutte le esperienze di cui si fece parola, si indagò attentamente il campo giallo, ma neppure un solo istante apparve la linea dell'elio.

Così pure non la si riscontrò facendo scoccare la scintilla fra poli di platino rivestiti dei prodotti umettati o no con acidi. Si osservarono invece molte righe vicinissime alla  $D_3$ , ma dovute sia all'aria, sia al calcio, come risultò da misure di lunghezza d'onda e da spettri di confronto.

Allora si fecero esperienze numerose su minerali in cui fu già riscontrato l'elio, sia direttamente alla fiamma con acidi o no, sia impiegando la scintilla elettrica: furono sottoposti ad esame la Monazite, l'Uraninite ed un minerale uranifero in cui l'elio era stato indubbiamente osservato, ma in nessun momento ci fu possibile vedere alcuna riga dell'elio.

Riattaccandosi la questione delle esperienze del Palmieri alla possibilità di ottenere spettri caratteristici di gas con le sole fiamme, si vollero ripro-



durre le esperienze con cui Plücker <sup>(1)</sup> aveva visto le righe dell'idrogeno nella fiamma ossidrica, quantunque i suoi dati fossero stati pienamente smentiti da Liveing <sup>(2)</sup>. A tal uopo fu riscaldato fortemente l'idrogeno prima che venisse in contatto con l'ossigeno nel cannello ossidrico, ma malgrado l'elevata temperatura e l'eccesso di idrogeno, fu forza convincersi col Liveing che non era possibile in queste condizioni ottenere lo spettro dell'idrogeno.

Si impiegò la fiamma ossidrica per ripetere le esperienze con la monazite, l'uraninite imbevute di acido solforico, avendo sempre risultati negativi. Si introdusse pure nella fiamma ossidrica nitrito e nitrato ammonico per vedere se l'azoto, ottenuto dalla loro scomposizione a quell'elevata temperatura, potesse dare almeno alcune bande, ma sempre con esito negativo. Si bruciavano nitrati e clorati per sviluppare ossigeno, ma neppure in questo caso si osservava qualche cosa di speciale.

Furono fatte anche esperienze per vedere se l'idrogeno nascente, quale quello che si libera dagli idruri potesse nelle fiamme dare le sue righe di emissione: a tal uopo furono preparati gli idruri di sodio, di calcio, di magnesio, di palladio e di rame e furono introdotti sia nella fiamma Bunsen, sia nel cannello ossidrico; si fecero quindi esperienze con le scintille elettriche, osservando prima gli spettri della scintilla semplice per eliminare le cause d'errore; ma anche in tutte queste numerose esperienze il risultato non fu migliore dei precedenti. Partendo dal medesimo concetto si introdussero nella fiamma ossidrica azoturi, quali quello di magnesio, ma senza alcun risultato.

Vi hanno dei casi in cui si può avere uno spettro tanto con la fiamma che coi tubi di Geissler, come sarebbe per l'ammoniaca: abbiamo perciò confrontato i due spettri ottenuti in questi due modi per mezzo del prisma di confronto. Si adoperava un tubo di Geissler riempito di ammoniaca, a 4 mm. di mercurio ed una fiamma d'idrogeno carica di ammoniaca, ma in nessun caso abbiamo notato alcuna coincidenza: lo spettro della fiamma era formato da numerose bande, mentre nel tubo di Geissler erano ben nette le righe.

L'insieme di questi fatti viene a confermare l'opinione ormai corrente che gli spettri caratteristici dei gas non possono apparire, nelle ordinarie condizioni, nelle fiamme. Quest'argomento verrà ripreso e studiato sotto i suoi diversi punti di vista.

(1) Plücker; Poggendorf's, Annalen 116, pag. 27-54, 1862.

(2) Liveing, *Note on Plücker's supposed detection of the line-spectrum of hydrogen in the oxyhydrogen flame*. Phil. Mag. (5) 34, p. 371-375, 1892.

Biologia vegetale. — *Produzione d'indolo e impollinazione della Visnea Mocanera* L. Nota del Socio A. BORZI<sup>(1)</sup>.

La *Visnea Mocanera* fiorisce e fruttifica abbondantemente tutti gli anni nel Giardino Botanico di Palermo. La fioritura comincia verso la fine di dicembre e dura per circa 3 o 4 settimane. I fiori sono un pochino più piccoli di quelli di *Thea viridis*, ai quali poi del resto somigliano per il colorito bianco latteo della corolla e per la forma. Non ostante tali caratteri e l'abbondanza della fioritura, mi ha sempre meravigliato la poca appariscenza de' fiori stessi. Occorre avvicinarsi a una distanza di due o tre metri perchè essi possono rendersi chiaramente visibili. Ciò dipende dal fatto che le corolle non sono perfettamente aperte ed espanse e stanno rivolte coll'apertura in giù, verso il terreno, essendo i fiori sorretti da brevi peduncoli cernui ed occupanti la parte inferiore dei rami. Per questa disposizione ogni fiore offre visibile dall'alto soltanto la parte dorsale, la quale è ricoperta dai cinque sepali, che hanno una tinta rosso-scura bruniccia, così da rendersi pochissimo o nulla appariscenti a una certa distanza.

Alla mancanza di efficaci disposizioni vessillari atte ad agire in lontananza sulla vista dei pronubi, supplisce l'odore che i fiori tramandano con straordinaria intensità in tutte le ore del giorno e anche nella notte. Basta distaccare un fiore soltanto e rinchiuderlo in una piccola scatola lasciandolo alcune ore: l'odore che vi si raccoglie è così intenso, che, lasciando scoperto il recipiente per pochi istanti, l'ambiente della stanza rimane fortemente impregnato da quella emanazione odorifera. L'odore è però molto sgradevole, anzi addirittura nauseante, poichè ricorda moltissimo il puzzo delle carni o delle sostanze animali in putrefazione.

Tale carattere dimostra a priori la possibilità che i fiori di *Visnea Mocanera* siano frequentati da mosche carnarie e simili insetti. Le osservazioni istituite in proposito provano appunto che i detti fiori possiedono i caratteri di una spiccata *sapromiofilia*.

L'apparato staurogamico è molto semplice. Il nettare sgorga piuttosto copioso dal fondo del fiore e si raccoglie nell'angusta coppa formata dalla base dei petali, i quali sono per brevissimo tratto conniventi insieme e costituiscono una sorta di tubo molto ristretto. In tal modo la secrezione nettaria rimane del tutto scoperta e i fiori sono da tutti i lati accessibili alle visite dei pronubi.

(<sup>1</sup>) Presentata nella seduta del 10 aprile 1904.



Un leggiero asincronismo si osserva nella maturazione degli organi sessuali, poichè le antere si aprono pochi momenti prima dello sbocciamiento delle corolle. A quell'epoca i quattro stili, quantunque abbiano raggiunto la lunghezza normale, sono eretti e ravvicinati insieme.

In uno stadio successivo che segue pochi istanti dopo la maturazione delle antere e lo sbocciamiento dei fiori, gli stili prendono una direzione divergente rivolgendosi verso la periferia del fiore. Gli apici degli stimmi, sottili ed aguzzi, appariscono luccicanti e al microscopio rivelano un grande numero di papille claviformi.

Non è esclusa la possibilità di una fecondazione omoclina, essendo sovente le antere al momento della maturazione dei pistilli ancora fornite di polline, tanto più che questo si presenta poco appiccicaticcio ed una lieve scossa basta a promuoverne la dispersione nelle parti adiacenti.

Non ostante ciò, i fiori sono attivamente ricercati e visitati dagli insetti. Fra questi ultimi primeggiano le mosche carnarie. Ho visto accorrervi quasi a sciami la *Sarcofaga carnaria*; con meno frequenza altre mosche di media statura, particolarmente la domestica. Va pure segnalata fra le specie di pronubi più comuni una vespa, la *Polistes gallica*. Quanto ad altri insetti debbo pure rammentare la presenza dell'ape comune; ma solamente ho visto un individuo di questa specie aggirarsi sui fiori, epperò, credo, che trattisi di un caso del tutto accidentale.

Resta dunque dimostrato che i fiori di *Visnea Mocanera* presentino una spiccata sapromiofilia, quantunque le corolle non possiedano quelle tinte cupe, luride che sono in generale caratteristiche dei fiori appartenenti a quest'ultimo tipo.

La produzione di una particolare sostanza capace di emettere odori gravi e nauseanti, quali provengono dalle materie animali escrementizie e dalle carni in putrefazione, costituisce dunque uno dei tratti più caratteristici e più importanti della biologia florale della *Visnea Mocanera*. A tale particolarità ho voluto perciò rivolgere più da vicino la mia attenzione allo scopo di determinare possibilmente la natura di tale presunta sostanza, se essa avesse delle analogie con quelle note ai chimici come prodotto della putrefazione delle materie albuminoidi, p. es., gli indoli e simili, e quale fosse la sede particolare dell'emanazione odorifera nell'interno dei tessuti.

Prendendo le mosse dalla considerazione che per la sua qualità l'odore potesse riferirsi appunto al gruppo dei così detti odori *indolici*, ho voluto anzitutto assicurarmi se fosse possibile procedere alla determinazione della materia odorifera mediante una reazione cromatica distinta.

Giusta indicazioni dovute alla cortesia dell'egregio collega prof. A. Angeli, aggiungendo alla soluzione di un indolo qualunque dell'acido ossalico o dell'acido acetico glaciale, e poi riscaldando la mescolanza fino all'ebullizione si ottiene una spiccata colorazione rosso-cilegia o rosso-violacea.

Ricorrendo appunto a tale processo, scelsi alcuni fiori intieri di *Visnea* e messili dentro un tubo d'assaggio con una soluzione d'acido ossalico di densità indeterminata, li esposi al prolungato calore fino a 100° C. Immediatamente fu notato che la tinta, da principio rosso-bruna, dei sepali diveniva a poco a poco d'un rosso carico tendente al carmino. Continuando a riscaldare, la stessa colorazione lentamente appariva nella corolla e negli stami. Col raffreddamento la tinta diveniva vie più intensa. Essa era diffusa tanto nel calice, quanto nella corolla in ambo le facce.

Essendo i sepali, come si disse, colorati in rosso-bruno, e dovendosi probabilmente tale colorazione attribuire ad antociana, mi sorse il dubbio che la reazione non fosse abbastanza decisiva quanto alla localizzazione della presunta materia nel calice. Volli perciò ricorrere ad un altro metodo, fondato sulla particolare maniera di agire delle sostanze della serie degli indoli (e pirroli) sulla lignina.

Com'è noto, trattando i tessuti lignificati con soluzioni di scatolo, d'indolo ecc., le membrane cellulari assumono una colorazione rossa, rosso-violacea ecc., in presenza di acido cloridrico. Nella supposizione che le parti florali contenessero indolo, scatolo, ecc., ho trattato una certa quantità di fiori freschi con alcool triturandoli con un pestello perchè, se mai la sostanza fosse contenuta nell'interno dei tessuti, potesse facilmente diffondersi e sciogliersi nell'alcool. Raccolto quindi il liquido, vi feci impregnare alcuni dischetti di midollo di sambuco e dei pezzettini di legno. Trasportati allora questi in una gocciola d'acido cloridrico, con una certa rapidità apparve la reazione caratteristica della lignina, restando così eliminato ogni dubbio sui risultati delle prime ricerche.

A confermare maggiormente tali dati sperimentali ho voluto trattare l'estratto alcoolico secondo il metodo all'acido ossalico e acetico su indicati, ed anche in questo caso potei ottenere la reazione caratteristica delle sostanze indoliche.

Aggiungerò ancora, che mettendo a macerare dei fiori in alcool e lasciandoveli per alcune ore, tanto la clorofilla, quanto l'antociana dei sepali si disciolgono ed il liquido prende una colorazione giallo-verdastra, ma esso non palesa alcuna traccia d'indolo. Occorre che la macerazione sia prolungata, anzi è meglio che i fiori vengano triturati e pestati perchè la sostanza compenetri il liquido e vi si disciolga. Il che dimostra che l'indolo ed altri corpi affini si trovino nell'interno dei tessuti, e che lo spessore della cuticola epidermica è di ostacolo alla rapida diffusione dei medesimi.

Praticando delle sezioni attraverso lo spessore dei sepali e dei petali in modo che i tagli siano alquanto spessi, si riesce col metodo dell'acido ossalico, seguito da riscaldamento sul porta-oggetti, a determinare che le sostanze delle quali è parola, si trovano esclusivamente depositate dentro le cellule del parenchima.



Un altro metodo utile nella pratica del microscopio, è quello di preparare i tagli a secco sul porta-oggetti, e poscia spolverarvi su dell'acido ossalico finamente triturato. Esponendo allora con le debite precauzioni il preparato al calore, si otterrà la caratteristica colorazione degli indoli.

Questo metodo, io ritengo, possa avere una estesa applicazione nella microtecnica per la ricerca degli indoli nei fiori, potendosi facilmente presumere che questi corpi debbano trovarsi non rari nei fiori stessi e specialmente nei casi noti di fiori adattati alle visite d'insetti saprofili e simili.

La presenza di qualche sostanza del gruppo degli indoli nei fiori di *Visnea Mocanera* è ancora meglio accertata per mezzo della diretta estrazione della materia odorifera colla distillazione in corrente di vapore acqueo. Il chiarissimo prof. Angeli, che ha voluto anche di ciò occuparsi, mi assicurava che, quantunque egli avesse potuto disporre di pochi fiori, il distillato ottenuto offriva spiccatissime le reazioni degli indoli.

Non essendovi alcun dubbio dunque che l'emanazione odorosa grave e nauseante dei fiori di *Visnea Mocanera* sia dovuta ad una sostanza del gruppo degli indoli, resterebbe a determinare quale particolarmente sia siffatta materia e se possa considerarsi identica allo scatolo come la natura dell'odore parrebbe darne qualche indizio.

**Fisica matematica.** — *Sopra un problema di elettrostatica, che interessa la costruzione dei cavi.* Nota di T. LEVI-CIVITA, presentata dal Socio V. VOLTERRA (1).

Il sig. ing. E. Jona della Ditta Pirelli e C. mi ha favorito alcuni suoi appunti estremamente interessanti sulla rigidità dielettrica dei cavi per trasporto di energia ad alta tensione, sollecitandomi a sottoporre al calcolo una questione concreta, il cui studio sperimentale sembra presentare gravi difficoltà e non dà (o almeno non ha dato finora) indicazioni abbastanza sicure da poter servire utilmente di norma costruttiva.

Ho potuto rispondere al desiderato espressomi dall'ing. Jona, e mi propongo di esporre in modo particolareggiato la ricerca, che ho all'uopo istituita, in una Memoria di prossima pubblicazione. Frattanto mi permetto di comunicare alla Accademia i termini precisi della questione e il risultato, cui sono pervenuto.

Un cavo consta essenzialmente:

di un conduttore centrale (formato da un filo unico a sezione circolare, o più spesso da una corda di tali fili), per cui passa la corrente;

(1) Presentata nella seduta del 10 aprile 1904.

di un rivestimento isolante;

di una guaina conduttrice (a sezione circolare) da riguardarsi in comunicazione col suolo.

Quando il conduttore centrale è percorso da corrente, si genera in tutto lo spazio ambiente un campo elettromagnetico. Se anche la corrente è alternativa, entro i limiti delle frequenze industriali, si può con tutta tranquillità parlare di potenziale e ritenere valide per una generica sezione del cavo le leggi elettrostatiche <sup>(1)</sup>.

La sezione del rivestimento isolante si presenta (cfr. la figura) come una corona  $\sigma$ , limitata esternamente da un cerchio C (sezione della guaina cilindrica conduttrice) ed internamente da un contorno T (circolare nel caso di un filo unico) frastagliato, a archi di cerchio tangenti, nel caso generale di una corda.

Il potenziale (logaritmico)  $W$  è zero in C ed ha in tutti i punti di T uno stesso valore (variabile col tempo)  $\delta$ , che può raggiungere massimi (positivi e negativi) molto elevati. Nel frapposto coibente  $\sigma$  c'è una caduta del potenziale  $W$  da  $\delta$  a zero.

Questa caduta di potenziale pone a cimento la rigidità dielettrica di  $\sigma$ , tanto che, se  $\delta$  oltrepassa un certo limite, avviene una scarica distruttiva e il dielettrico rimane perforato, ciò, che naturalmente è necessario evitare.

In modo preciso si può ritenere che la misura del cimento specifico, cui sottostà il dielettrico  $\sigma$  in un suo punto generico P sia data dal gradiente del potenziale  $W$ , che è poi il valore del  $\Delta_1 W$  in quel punto <sup>(2)</sup>.

Per gli scopi costruttivi interessa conoscere il massimo cimento specifico, che viene raggiunto in qualche punto del dielettrico  $\sigma$ . È chiaro che questo elemento è, al pari di  $W$ , proporzionale a  $\delta$ , mentre l'altro fattore  $G$  dipende soltanto dalla natura geometrica del campo  $\sigma$ .

Basta dunque occuparsi della (costante di configurazione)  $G$ , massimo cimento specifico (si può dire) per unità di differenza di potenziale.

<sup>(1)</sup> La ricerca in estenso mi porgerà pure occasione di presentare alcune semplici osservazioni su questo punto, e più generalmente, sul collegamento fra la elettrodinamica teorica e certi principii correnti di elettrotecnica.

<sup>(2)</sup> Sia infatti  $W_P$  il valore del potenziale nel punto considerato P;  $W = W_P$  la linea equipotenziale passante per P,  $W = W_P + dW_P$  la linea equipotenziale infinitamente vicina,  $dn$  la lunghezza della perpendicolare, abbassata da P sulla detta linea infinitamente vicina. Il gradiente (differenza elementare di potenziale divisa per l'elemento di distanza) è la naturale misura del cimento specifico. Esso viene quindi espresso da  $\frac{dW}{dn}$ , che coincide,

come è ben noto, col  $\Delta_1 W$  (in coordinate cartesiane  $\left| \sqrt{\left(\frac{dW}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dW}{dy}\right)^2} \right|$ ).



Converremo di assumere la definizione di  $G$  sotto la forma seguente:

$G$  è il valore massimo del  $A_1$  della funzione  $V$ , armonica e regolare entro  $\sigma$ , che prende il valore zero su  $T$  e uno su  $C$ .

Nel caso semplice di un filo unico,  $\sigma$  è una corona circolare e si ha immediatamente

$$V = \frac{\log \frac{\varrho}{r}}{\log \frac{R}{r}},$$

designandosi con  $R, r$  i raggi esterno ed interno della corona e con  $\varrho$  il raggio vettore del punto generico  $P$ .

Ne viene

$$A_1 V = \frac{dV}{d\varrho} = \frac{1}{\varrho \log \frac{R}{r}}.$$

Il valore massimo di  $A_1 V$  ha luogo, come si vede, nei punti del conduttore interno ( $\varrho = r$ ). La  $G$  di una corona circolare, che rappresenteremo con  $G_1$ , è dunque definita da

$$G_1 = \frac{1}{r \log \frac{R}{r}}.$$

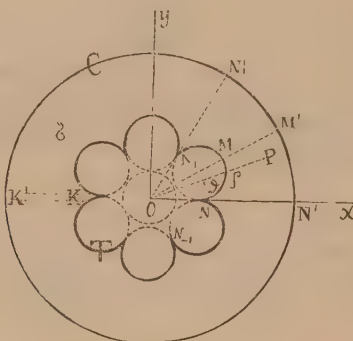
Dato  $R$ , per rendere minimo  $G_1$ , bisogna prendere  $r = \frac{R}{e} = \frac{R}{2,72}$ , ed il valore minimo di  $G_1$  è

$$g_1 = \frac{1}{r}.$$

In questa condizione  $\left(r = \frac{R}{e}\right)$  — nota l'ing. Jona — si ha la massima sicurezza contro la perforazione, e ad essa giova avvicinarsi compatibilmente colle esigenze della pratica <sup>(1)</sup>. Ma nella pratica il conduttore interno non è generalmente circolare; è quasi sempre formato con una corda a 7, 19, 37, ... fili circolari.

<sup>(1)</sup> Date le eterogeneità inevitabili del dielettrico, non si può fare a meno — mi ha detto l'ing. Jona — di dargli uno spessore più grande di quello, che corrisponde alla massima sicurezza teorica.

Si tratta di stabilire che cosa diventa in questi casi la espressione di G. Noi converremo di individuare il profilo del conduttore interno T per mezzo del raggio nodale  $r = ON$  e del numero  $m$  ( $m = 6$  in figura) degli archi di cerchio tangenti, che lo costituiscono:  $m$  è dunque non il numero totale dei fili della corda, ma di quelli soltanto, che appartengono all'ultima stratificazione; 6, 12, 18, ... nei citati esempî di corde a 7, 19, 37, ... fili.



Prima di indicare il risultato quantitativo della ricerca analitica, notiamo che il semplice buon senso (sorretto, se si vuole, da nozioni fondamentali di teoria del potenziale) permette di prevedere l'andamento del gradiente entro un generico campo  $\sigma$ .

Anzi tutto i valori estremi del gradiente debbono cadere sul contorno del campo (su C, o su T): questo perchè  $\log A_1 V$  è, al pari di V, una funzione armonica. Nel caso della corona circolare cadono, come si è visto, su T. Si capisce senz'altro che lo stesso deve avvenire in generale.

D'altra parte nei nodi (che sono cuspidi colla convessità rivolta verso il campo  $\sigma$ , in cui V è regolare)  $\frac{dV}{dn}$ , cioè  $A_1 V$  si annulla (<sup>1</sup>). Il valore massimo G sarà perciò da cercarsi nei ventri (punti medî degli archi di cerchio costituenti T): cosa ben naturale, quando si pensi che i ventri sono i punti più vicini a C, a partire dai quali quindi la variazione del potenziale è più rapida.

Ecco ciò che dà lo studio matematico della questione:

1° la determinazione di V si riconduce (adattando opportunamente un classico procedimento di Schwarz) alla integrazione di una ordinaria equazione differenziale del secondo ordine a coefficienti doppiamente periodici; da essa facilmente si desume l'accennato comportamento del gradiente;

(<sup>1</sup>) Cf. per es. Riemann-Weber, *Die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik*, B. I; pag. 342-343.



2° la integrazione della detta equazione (che si può effettuare per approssimazioni successive usufruendo di certo parametro  $q$ ) porge per  $V$  e  $\mathcal{A}_1 V$  degli sviluppi uniformemente convergenti in tutto  $\sigma$ , donde senz'altro la cercata espressione di  $G$  (valore del  $\mathcal{A}_1 V$  in un ventre di  $T$ );

3° l'errore, che si commette, arrestando questi sviluppi al loro primo termine, è, *nella peggiore ipotesi*, dell'ordine di  $16 \left(\frac{r}{R}\right)^m$  (rispetto all'unità), affatto trascurabile dunque, se, come avviene sempre nei cavi,  $\frac{r}{R}$  è inferiore ad  $\frac{1}{2}$  e si suppone  $m \geq 12$ .

(Del resto, anche per  $m = 6$ , si ha una esattezza sufficiente, poichè in pratica  $\frac{r}{R}$  è parecchio più piccolo di  $\frac{1}{2}$ ).

Ritenute queste condizioni di fatto, si ha con ogni desiderabile approssimazione

$$(I) \quad G = G_1 \frac{e^{-\mu}}{1 - \mu r G_1} F^2 \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1 + \frac{1}{m}, \frac{1}{2} \right),$$

dove

$F$  è simbolo della serie ipergeometrica di Gauss;

$$\mu = \frac{4}{m} \log 2 + 4 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{s_{2\nu+1}}{2\nu+1} \frac{2^{2\nu}-1}{m^{2\nu+1}},$$

$s_3 = 1,2020$ ,  $s_5 = 1,0369$ , ... designando le somme delle inverse delle potenze terze, quinte, ecc. dei numeri interi;

e  $G_1 = \frac{1}{r \log \frac{R}{r}}$  è, si può dire, il  $G$ , che competerebbe ad un cavo

unifilare avente per raggio interno il raggio nodale  $r$  della corda.

Alla (I) si può anche attribuire un aspetto, che è meno semplice, ma che si presta più direttamente ai raffronti che interessano i costruttori, mettendovi in evidenza, in luogo del raggio nodale  $r$ , il raggio  $r'$  di un conduttore circolare di egual sezione. Si riconosce senza difficoltà che tale sezione (area interna a  $T$ , cioè  $m$  volte il triangolo mistilineo  $ONN_1$ ) vale

$$m \left\{ r^2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{m} + \pi \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{m} \right) r^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{m} \right\}.$$

Ne risulta

$$r' = r e^{\epsilon},$$

avendo posto, per brevità di scrittura

$$e^{2\epsilon} = m \left\{ \frac{1}{\pi} \operatorname{tg} \frac{\pi}{m} + \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{m} \right) \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{m} \right\}.$$

Designiamo con

$$G' = \frac{1}{r' \log \frac{R}{r'}}$$

il massimo cimento (unitario), che compete al cavo unifilare, che ha il conduttore interno di egual sezione, ed eliminiamo dalla (I) il raggio nodale  $r$ , sostituendovi  $r' e^{-\varepsilon}$ . Si ottiene

$$(I^{bis}) \quad G = G' e^{\varepsilon - \mu} \frac{\log \frac{R}{r'}}{\log \frac{R}{r'} - \mu + \varepsilon} F^2 \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1 + \frac{1}{m}, \frac{1}{2} \right),$$

che ha forse più valore pratico della equivalente (I).

Riprendendo la (I) stessa, notiamo che, dato  $m$ ,  $F^2$  e  $\mu$  hanno valori numerici determinati. Supponendo assegnato anche  $R$ , si può — come l'ing. Jona per il cavo a filo unico — cercare in qual modo bisogna prendere  $r$  affinchè  $G$ , e per esso il fattore  $\frac{G_1}{1 - \mu r G_1}$ , risulti minimo. Ricordando che la espressione di  $G_1$  è  $\frac{1}{r \log \frac{R}{r}}$ , si trova immediatamente come condizione di

minimo

$$\log \frac{R}{r} = 1 + \mu,$$

ossia  $r G_1 = \frac{1}{1 + \mu}$ , con che il predetto fattore  $\frac{G_1}{1 - \mu r G_1}$  si riduce a  $\frac{1}{r}$ .

Dalla espressione sopra riportata di  $\mu$  apparisce che, almeno per  $m \geq 12$ , la somma della serie è assolutamente insignificante, talchè si può identificare  $\mu$  con  $\frac{4}{m} \log 2$ . Se ne ha questo risultato pratico:

*Per un cavo a  $m$  fili* (con che, non lo si dimentichi, voglio dire che sono  $m$  i fili dell'ultima stratificazione, cioè quelli in contatto col dielettrico) *il rapporto di massima sicurezza fra il raggio nodale  $r$  e quello  $R$  del conduttore esterno è*

$$\frac{r}{R} = \frac{1}{e 2^{\frac{4}{m}}}.$$

Si noti che questo rapporto è sempre minore di  $\frac{1}{e}$ , e quindi perfetta-



mente entro il campo di validità delle approssimazioni, in base alle quali è stata scritta la condizione di minimo cimento.

Al crescere indefinito di  $m$  si ritrova il rapporto dell'ing. Jona  $\frac{r}{R} = \frac{1}{e}$ , come è naturale perchè gli innumerevoli piccolissimi archetti, che costituiscono il contorno T, quando  $m$  tende all' $\infty$ , sono come denti infinitesimi di una circonferenza di raggio  $r$  e non possono perciò avere che influenza locale.

Occupiamoci in particolare dei cavi di massima sicurezza, per cui, come si è detto,  $\frac{G_1}{1 - \mu r G_1} = \frac{1}{r}$ . Il corrispondente valore di  $G$ , che chiameremo  $g$ , è

$$g = \frac{1}{r} e^{-\mu} F^2 \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1 + \frac{1}{m}, \frac{1}{2} \right),$$

mentre, per un cavo unifilare avente per raggio del conduttore interno il raggio nodale  $r$ , ed egualmente di massima sicurezza, si ha

$$g_1 = \frac{1}{r}.$$

Il rapporto  $\frac{g}{g_1}$ , maggiore dell'unità (da  $m = 12$  in poi), misura, si può dire l'aumento di pericolo, che presenta un cavo multifilare di massima sicurezza di fronte all'analogo unifilare. In altri termini:

*Se un cavo unifilare di massima sicurezza può resistere ad una data tensione elettrica, per un cavo multifilare, pure di massima sicurezza e di raggio nodale  $r$  eguale a quello dell'unico filo, la più alta tensione compatibile resta ridotta nel rapporto*

$$\frac{g_1}{g} = \frac{e^{\mu}}{F^2 \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1 + \frac{1}{m}, \frac{1}{2} \right)}.$$

Questo rapporto, decresce con  $m$  e tende per  $m = \infty$  verso il valore limite

$$\frac{1}{F^2 \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2} \right)}.$$

Ora

$$F \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2} \right) = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}} = 1,18,$$

quindi

$$\frac{g_1}{g_{\infty}} = \frac{1}{(1,18)^2} = 0,72.$$

Per  $m = 12$ , si ha

$$F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1 + \frac{1}{12}, \frac{1}{2}\right) = 1,16,$$

$$e^u = \sqrt[3]{2},$$

da cui

$$\frac{g_1}{g_{12}} = 0,93.$$

*Agendo per così dire in favore della stabilità, si può, per qualunque  $m$ , ritenere come coefficiente di riduzione il valore costante 0,72.*

Ma è bene avere presente che la riduzione è tanto meno sensibile quanto minore è il numero dei fili.

**Matematica.** — *Sul gruppo di monodromia delle funzioni algebriche, appartenenti ad una data superficie di Riemann.* Nota di F. ENRIQUES presentata dal Corrispondente G. CASTELNUOVO <sup>(1)</sup>.

1. Si abbia una curva algebrica (o una superficie di Riemann)

$$f(xy) = 0.$$

Costruita in un modo qualsiasi la funzione razionale

$$t = t(xy),$$

la quale prenda valori distinti allorchè, tenendo fermo un valore di una delle due variabili, gli si accoppino valori diversi dell'altra, risultano,

$$x = x(t) \quad y = y(t)$$

funzioni algebriche del parametro  $t$  con uno stesso numero  $n$  di rami, e col medesimo gruppo di monodromia, che si lascia considerare perciò come il gruppo della  $g'_n$  rappresentata dall'equazione

$$t(xy) = \text{cost.}$$

Alla costituzione del gruppo delle  $g'_n$  appartenenti alla curva  $f'$ , si riattaccano talune interessanti questioni, che ebbi l'onore di enunciare in una comunicazione fatta al congresso matematico di Zurigo nel 1896 <sup>(2)</sup>. In questa ho osservato come si possa costruire una curva  $f = 0$ , la quale contenga una  $g'_n$ , possedente un gruppo di struttura assegnata; ma come

<sup>(1)</sup> Presentata nella seduta del 10 aprile 1904.

<sup>(2)</sup> Cfr. Mathem. Annalen Bd. 51, pag. 134.



si presenti invece estremamente difficile il problema inverso, di decidere « se una curva data  $f$ , contenga (per  $n$  assai grande) delle  $g'_n$  il cui gruppo abbia certe particolarità di struttura, p. es. sia composto ed abbia per fattori di composizione dei numeri primi ecc. ».

Una sola cosa (come ebbi occasione di avvertire) è tosto visibile; che una  $g'_n$  composta con una involuzione  $\gamma'_s$  (razionale o nò) ha gruppo imprimitivo e viceversa; cioè ogni funzione algebrica ad  $n$  rami

$$x = x(t)$$

il cui gruppo sia imprimitivo, si compone con una funzione algebrica

$$x = x(\tau)$$

avente un certo numero di rami  $s$  ( $< n$ ) divisore di  $n$ , e colla

$$x = x(t)$$

avente  $n/s$  rami. Aggiungasi che, se la curva fondamentale  $f$  è a moduli generali e di genere  $p > 1$ , essa non contiene involuzioni irrazionali, e quindi è  $t$  funzione razionale di  $\tau$  (1).

A questo ordine di questioni reca un contributo la presente Nota, nella quale viene stabilito il teorema:

*Il gruppo di monodromia di una funzione algebrica  $x(t)$  appartenente ad una data superficie di Riemann (cioè il gruppo di una  $g'_n$   $t(xy) = \text{cost.}$  sopra una curva  $f(x, y) = 0$ ) è sempre il gruppo totale, se la funzione  $x(t)$  (e la serie  $g'_n$ ) non è composta, e se essa ha qualche punto di diramazione semplice.*

Di qui si ottiene subito una facile dimostrazione del teorema di Kneser (2):

*Se sopra una QUALSIASI superficie di Riemann (curva)  $f(xy) = 0$ , si costruisce la funzione razionale*

$$t = ax + by,$$

*corrispondente a due valori generici di  $a, b$ , il gruppo di monodromia della funzione algebrica  $x(t)$  è SEMPRE il gruppo totale.*

2. Sopra una curva irriducibile  $f(xy) = 0$  si consideri una serie lineare  $g'_n$  rappresentata dall'equazione

$$t(xy) = \text{cost.}$$

Se questa ammette un punto di coincidenza semplice, la funzione algebrica  $x(t)$  ha un punto di diramazione in cui vengono scambiati due rami. Perciò il

(1) Loc. cit. pag. 143.

(2) Math. Annalen Bd. 28.

suo gruppo di monodromia, contenendo una trasposizione, è il gruppo totale, oppure è imprimitivo <sup>(1)</sup>. In quest'ultimo caso gli  $n$  punti di un gruppo generico  $G_n$  della  $g'_n$  si possono dividere in un certo numero  $r$  di sple  $G_s$  ( $nr = s$ ), ed i  $G_s$  formano sopra  $C$  un'involuzione  $g'_s$  o  $\gamma'_s$  (razionale o nò). In altri termini la  $g'_n$  risulta *composta* con un'involuzione d'ordine inferiore. Ciò viene appunto affermato dal primo dei nostri teoremi. Il quale racchiude come caso particolare il citato teorema di Kneser « se sopra una *qualsiasi* curva irriducibile  $f(xy) = 0$ , si costruisce la funzione razionale  $ax + by = t$ , corrispondente a due valori generici di  $a$ ,  $b$ , il gruppo di monodromia della funzione algebrica  $x(t)$  è *sempre* il gruppo totale ».

Infatti la  $g'_n$  segnata sulla nostra curva della funzione razionale  $t$ , essendo contenuta come  $g'_n$  generica nella  $g'^2_n$  (semplice) segata dalle rette del piano, non può essere composta con un'involuzione d'ordine  $< n$ ; e d'altra parte i punti di coincidenza di essa, che sono i punti di contatto delle tangenti condotte alla curva da un punto generico del piano, sono fra loro distinti.

**Fisica matematica.** — *Flusso di energia e radiazione nel campo elettromagnetico generato dalla convezione elettrica.* Nota di G. PICCIATI, presentata dal Socio V. VOLTERRA <sup>(2)</sup>.

1. Si consideri una carica elettrica mobile comunque in un dielettrico indefinito impolarizzabile ed in quiete, ed il campo elettromagnetico da essa generato.

Valendosi dei potenziali ritardati, il prof. Levi-Civita ha dato <sup>(3)</sup> un metodo generale che permette la determinazione del campo così prodotto.

Siano  $Oxyz$  un sistema di assi fissi aventi l'origine nella posizione iniziale della carica mobile  $\Omega$ ; le coordinate di  $\Omega$  essendo  $\varphi(t)$ ,  $\psi(t)$ ,  $\chi(t)$ , sia  $r$  la distanza del punto generico considerato da quel punto  $\Omega'$ , che è la posizione occupata nell'istante  $t - Ar$  dalla carica che occupa nell'istante  $t$  la posizione  $\Omega$ , e  $v$  la velocità della carica nella posizione  $\Omega'$ . Essendo allora

$$(1) \quad r^2 = (x - \overline{\varphi})^2 + (y - \overline{\psi})^2 + (z - \overline{\chi})^2,$$

(il tratto sovrapposto indicando per una funzione qualunque il mutamento di  $t$  in  $t - Ar$ ) e le componenti della velocità della carica in  $\Omega'$  essendo

<sup>(1)</sup> Cfr. p. es. Bianchi, *Lezioni sulla teoria dei gruppi di sostituzioni*, Pisa, Spoerri, 1900, (pag. 28).

<sup>(2)</sup> Presentata nella seduta del 10 aprile 1904.

<sup>(3)</sup> *Sur le champ électromagnétique* ecc., Annales de la Faculté des Sciences. Toulouse, 2 série, t. IV, 1902.



$\frac{\bar{d}\varphi}{dt}$ ,  $\frac{\bar{d}\psi}{dt}$ ,  $\frac{\bar{d}\chi}{dt}$ , si sa che i potenziali ritardati elettrostatico e vettore hanno

le espressioni seguenti

$$(2) \quad \left\{ \begin{aligned} F &= \frac{m}{r[1 - Av \cos \nu]} = \frac{m}{r - A \left[ (x - \bar{\varphi}) \frac{\bar{d}\varphi}{dt} + (y - \bar{\psi}) \frac{\bar{d}\psi}{dt} + (z - \bar{\chi}) \frac{\bar{d}\chi}{dt} \right]}, \\ U &= A \frac{\bar{d}\varphi}{dt} \cdot F, \quad V = A \frac{\bar{d}\psi}{dt} \cdot F, \quad W = A \frac{\bar{d}\chi}{dt} \cdot F, \end{aligned} \right.$$

in cui  $m$  è la carica ed  $A$  l'inversa della velocità della luce. Questi potenziali ritardati soddisfanno all'equazione

$$\square f = \mathcal{A}_z f - A^2 \frac{d^2 f}{dt^2} = 0,$$

e sono legati fra loro dall'altra

$$A \frac{dF}{dt} + \frac{dU}{dx} + \frac{dV}{dy} + \frac{dW}{dz} = 0.$$

Le componenti delle forze elettromagnetiche del campo generato dalla carica sono quindi, riferendoci agli assi fissi, le seguenti:

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} X &= -\frac{dF}{dx} - A \frac{dU}{dt}, \\ Y &= -\frac{dF}{dy} - A \frac{dV}{dt}, \\ Z &= -\frac{dF}{dz} - A \frac{dW}{dt}, \end{aligned} \right. \quad \left\{ \begin{aligned} L &= \frac{dV}{dz} - \frac{dW}{dy}, \\ M &= \frac{dW}{dx} - \frac{dU}{dz}, \\ N &= \frac{dU}{dy} - \frac{dV}{dx}. \end{aligned} \right.$$

Esse sono soluzioni dei sistemi

$$(I) \quad \left\{ \begin{aligned} A \frac{dX}{dt} &= \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy}, \\ A \frac{dY}{dt} &= \frac{dN}{dx} - \frac{dL}{dz}, \\ A \frac{dZ}{dt} &= \frac{dL}{dy} - \frac{dM}{dx}, \end{aligned} \right. \quad (II) \quad \left\{ \begin{aligned} A \frac{dL}{dt} &= \frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz}, \\ A \frac{dM}{dt} &= \frac{dX}{dz} - \frac{dZ}{dx}, \\ A \frac{dN}{dt} &= \frac{dY}{dx} - \frac{dX}{dy}, \end{aligned} \right.$$

e delle due

$$(III) \quad \frac{dX}{dx} + \frac{dY}{dy} + \frac{dZ}{dz} = 0, \quad (IV) \quad \frac{dL}{dx} + \frac{dM}{dy} + \frac{dN}{dz} = 0,$$

aventi una singolarità (variabile con  $t$ ) nel punto occupato dalla carica, e nulle all'infinito, in generale, solo come  $\frac{1}{r}$  <sup>(1)</sup>. Questo modo di comportarsi all'infinito delle forze elettromagnetiche risulta senz'altro dalle loro espressioni esplicite che si ricavano dalle (3), tenendo conto delle (2) e della (1). Ma anche senza ricorrere alle loro esplicite espressioni si può facilmente riconoscere che in generale l'annullarsi delle forze all'infinito come  $\frac{1}{r^2}$  sarebbe fisicamente inattendibile.

Infatti si sa <sup>(2)</sup> che il flusso di energia nell'unità di tempo attraverso l'unità di superficie è uguale al prodotto delle due forze elettrica e magnetica per il seno dell'angolo da esse compreso e per il fattore  $\frac{1}{4\pi A}$ ; cioè è dato da

$$\frac{1}{4\pi A} \{ (NY - MZ) \cos nx + (LZ - NX) \cos ny + (MX - LY) \cos nz \};$$

quindi, integrando ad una sfera  $\sigma$  infinitamente grande, il flusso di energia del campo elettromagnetico che si disperde all'infinito nell'unità di tempo, e che indichiamo con  $E$ , sarà

$$(4) \quad E = \frac{1}{4\pi A} \int_{\sigma} \begin{vmatrix} X & Y & Z \\ L & M & N \\ \alpha & \beta & \gamma \end{vmatrix} d\sigma,$$

essendo  $\alpha \beta \gamma$  i coseni della normale alla superficie  $\sigma$  diretti verso l'interno.

Ora se le forze si annullassero all'infinito di secondo ordine si avrebbe un flusso nullo, ciò che non sarebbe ragionevole. Infatti quando al sistema (carica o cariche mobili ed etere ambiente) non si comunica altra forma di energia, come avviene nel caso del moto traslatorio uniforme, è naturale che il flusso sia nullo: ciò che avviene, le forze annullandosi allora all'infinito di secondo ordine. Ma è anche naturale che questo non avvenga quando bisogna somministrare continuamente energia per mantenere il movimento. In questo caso l'energia somministrata sotto forma cinetica al sistema viene da esso restituita sotto forma di flusso a distanza infinita. È facile poter calcolare mediante la (4) il flusso di energia che nell'unità di tempo si disperde all'infinito: per questo basta tener conto nelle espressioni esplicite

(1) Nella Nota: *Campo elettromagnetico generato da una carica in moto circolare uniforme*. Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, vol. XII, fasc. 2°, 1° sem. 1903, mi è sfuggita l'inesatta asserzione che le forze all'infinito si annullano come  $\frac{1}{r^2}$ .

(2) Vedi per es. Hertz: *Sull'equazioni fondamentali ecc.*, traduzione italiana. Nuovo Cimento, 1890.



delle forze elettromagnetiche solo delle parti che si annullano all'infinito di primo ordine, il resto essendo trascurabile; e, fatta la sostituzione nella (4), effettuare l'integrazione estesa ad una sfera infinitamente grande.

Perciò si consideri il campo in un tempo  $t$ , nel quale istante la carica sia nel punto  $\Omega$  di coordinate  $\varphi(t)$ ,  $\psi(t)$ ,  $\chi(t)$ ; prendiamo, per semplificare i calcoli, una sfera di raggio  $r$  grandissimo col centro nel punto  $\Omega$ , che è la posizione occupata dalla carica nel tempo  $t - Ar$ .

Assumiamo inoltre l'asse  $z$  diretto secondo la velocità  $v$  della carica in  $\Omega'$ , onde avremo per le componenti di questa velocità

$$(5) \quad \frac{d\varphi}{dt} = 0, \quad \frac{d\psi}{dt} = 0, \quad \frac{d\chi}{dt} = v.$$

In generale dalle (3) si ricavano, mediante le (2) ed (1), le espressioni esplicite delle forze elettromagnetiche; allora tenendo conto delle (5), e riferendoci ad un sistema di assi  $x_1 y_1 z_1$  coll'origine in  $\Omega'$  e paralleli agli assi  $xyz$ , si ottengono per le parti delle forze che si annullano all'infinito di primo ordine, e che indichiamo con (X) (Y) ... (N), le seguenti espressioni relative ai punti della superficie sferica considerata:

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} (X) &= \frac{m A^2 a}{r(1 - A v \cos \theta)^2} \left\{ \frac{\alpha \cos ar}{1 - A v \cos \theta} - \cos ax_1 \right\}, \\ (Y) &= \frac{m A^2 a}{r(1 - A v \cos \theta)^2} \left\{ \frac{\beta \cos ar}{1 - A v \cos \theta} - \cos ay_1 \right\}, \\ (Z) &= \frac{m A^2 a}{r(1 - A v \cos \theta)^2} \left\{ \frac{\gamma \cos ar}{1 - A v \cos \theta} - \frac{A v \cos ar}{1 - A v \cos \theta} - \cos az_1 \right\}, \\ (L) &= \frac{m A^2 a}{r(1 - A v \cos \theta)^2} \left\{ \beta \cos az_1 - \gamma \cos ay_1 + \frac{A v \beta \cos ar}{1 - A v \cos \theta} \right\}, \\ (M) &= \frac{m A^2 a}{r(1 - A v \cos \theta)^2} \left\{ \gamma \cos ax_1 - \alpha \cos az_1 - \frac{A v \alpha \cos ar}{1 - A v \cos \theta} \right\}, \\ (N) &= \frac{m A^2 a}{r(1 - A v \cos \theta)^2} \left\{ \alpha \cos ay_1 - \beta \cos ax_1 \right\}. \end{aligned} \right.$$

In esse  $a$  indica l'accelerazione della carica nella posizione  $\Omega'$ , collegata alla posizione  $\Omega$  della carica relativa al tempo  $t$  nel modo detto,  $\alpha, \beta, \gamma$  sono i coseni di  $r, \theta$  la colatitudine relativa all'asse  $z_1$ , le altre quantità avendo il significato attribuitogli precedentemente.

Sostituendo nella (4) le espressioni (6), si ha:

$$E = - \frac{m^2 A^4 a^2}{4\pi A} \int_{\sigma} \frac{[(1 - A v \cos \theta)^2 + 2 A v (1 - A v \cos \theta) \cos ar \cos az_1 - (1 - A^2 v^2) \cos^2 ar] \sin \theta d\theta d\varphi}{(1 - A v \cos \theta)^6},$$

ed integrando rispetto a  $\varphi$ , ricordando che è

$$\begin{aligned}\cos \alpha r &= \alpha \cos \alpha x_1 + \beta \cos \alpha y_1 + \gamma \cos \alpha z_1, \\ \alpha &= \sin \theta \cos \psi, \quad \beta = \sin \theta \sin \varphi, \quad \gamma = \cos \theta,\end{aligned}$$

si ottiene

$$E = - \frac{m^2 A^3 a^2}{4} \int_0^\pi \{ 2 \sin^2 \theta + [2(1 + A^2 v^2) \cos^2 \theta - (1 - A^2 v^2) \sin^2 \theta - 4 A v \cos \theta] \sin^2 \alpha z_1 \} \sin \theta d\theta$$

e quindi finalmente

$$(7') \quad E = - m^2 A^3 a^2 \left\{ \frac{2(A^2 v^2 + 5)}{15(1 - A^2 v^2)^4} + \frac{4 A^2 v^2 (A^4 v^4 + A^2 v^2 - 2) \sin^2 \alpha z_1}{15(1 - A^2 v^2)^5} \right\}.$$

Come si prevedeva il flusso di energia disperso all'infinito è nullo nel caso in cui il moto della carica è rettilineo uniforme; quando poi sia  $A v$  (rapporto fra la velocità della carica nel punto  $\mathcal{Q}'$  e quella della luce) un numero così piccolo che di esso si possano trascurare le potenze superiori alla prima, il flusso si riduce a

$$E = - \frac{2}{3} m^2 A^3 a^2,$$

quindi diviene trascurabile se anche  $A^3 a^2$  è almeno dello stesso ordine di grandezza di  $A^2 v^2$ . Si verifica questo, per es., se la carica ha un moto circolare uniforme, nel qual caso essendo  $a = \frac{v^2}{R}$  ( $R$  raggio della circonferenza descritta dalla carica) il flusso è trascurabile, come è naturale che sia visto che con questo ordine di approssimazione le forze si annullano all'infinito di secondo ordine (1).

Immaginiamo ora che la sfera di raggio  $r$  grandissimo, ed il cui centro  $\mathcal{Q}'$  è collegato alla carica nel modo sopradetto, venga trascinata dalla carica nel suo movimento, e determiniamo il flusso di energia che attraverso a questa superficie sferica si disperde all'infinito, e che chiameremo radiazione. Quando l'elemento superficiale sferico si riguarda fisso, come nel caso prima considerato, il flusso attraverso l'unità di superficie è dato da

$$\frac{1}{4\pi} \{ (NY - MZ) \cos nx + (LZ - NX) \cos ny + (MX - LY) \cos nz \} \cdot \lambda,$$

essendo  $\lambda = \frac{1}{A}$  la velocità della luce nell'etere. Quando invece l'elemento superficiale è in movimento, per l'analogia idrodinamica che regola il con-

(1) Vedi Nota cit., Rend. R. Acc. dei Lincei, 1° sem. 1903, pag. 47.

cetto di flusso, sarà il flusso attraverso l'unità di superficie dato da

$$\frac{1}{4\pi} \{ (NY - MZ) \cos nx + (LZ - NX) \cos ny + (MX - LY) \cos nz \} \cdot (\lambda - \mu),$$

essendo  $\mu$  la velocità dell'elemento superficiale secondo la normale all'elemento stesso.

Riferiamoci a tutte le notazioni precedentemente adottate; al tempo  $t$  la sfera ha il centro nel punto  $\mathcal{Q}'$  di cui la velocità è  $v$ ; quindi, essendo l'asse  $z_1$  diretto secondo la velocità  $v$  di  $\mathcal{Q}'$ , per ogni elemento superficiale la velocità secondo la normale è  $\mu = v \cos \theta$ , essendo  $\theta$  la colatitudine relativa all'asse  $z_1$ ; allora il flusso per unità di superficie è:

$$\frac{1}{4\pi A} \{ (NY - MZ) \cos nx_1 + \dots \} (1 - A v \cos \theta).$$

La radiazione  $E'$  al tempo  $t$  viene perciò ad essere

$$(8) \quad E' = \frac{1}{4\pi A} \int_{\sigma} \{ (NY - MZ) \cos nx_1 + \dots \} (1 - A v \cos \theta) d\sigma,$$

da cui in modo analogo al precedente

$$= - \frac{m^2 A^3 a^2}{4} \int_0^\pi \frac{2 \sin^2 \theta + [2(1 + A^2 v^2) \cos^2 \theta - (1 - A^2 v^2) \sin^2 \theta - 4A v \cos \theta] \sin^2 a z_1}{(1 - A v \cos \theta)^5} \sin \theta d\theta,$$

ossia anche

$$(9) \quad E' = - \frac{2 m^2 A^3 a^2 (1 - A^2 v^2 \sin^2 a z_1)}{3 (1 - A^2 v^2)^3} = - \frac{2 m^2 a^2 \lambda (\lambda^2 - v^2 \sin^2 a z_1)}{3 (\lambda^2 - v^2)^3}.$$

A questa stessa espressione per l'energia radiata nel caso di una carica in moto qualunque giunge anche il prof. A. W. Conway (1).

2. Allo scopo di chiarire un principio di cui mi sono implicitamente servito in un precedente studio riprendiamo a considerare il problema generale dell'induzione elettrodinamica, e consideriamo una carica in moto piano qualunque.

Si introduca nel campo un piano conduttore parallelamente al quale si muova la carica; su di esso si origina allora una variabile distribuzione di elettricità indotta, cui corrisponde un potenziale elettrostatico ed un poten-

(1) Vedi: *The Field of Force due to a moving Electron*, Proceedings of The London Mathematical Society, series 2, vol. I, pag. 163. In questo lavoro l'Autore determina il campo elettromagnetico generato da cariche mobili, problema precedentemente risoluto dal prof. Levi-Civita. Vedi mem. cit. degli Annales de Toulouse.



ziale vettore. Preso questo piano per piano  $z=0$ , siano  $F_1$  il potenziale elettrostatico indotto ed  $(U_1, V_1, W_1=0)$  le componenti del potenziale vettore. Le componenti delle forze elettromagnetiche inducenti sono date dalle (3), in cui si faccia  $W=0$ ; come pure le stesse formole danno le forze indotte, quando vi si sostituiscano i potenziali indotti. Se si indicano con  $e_1, u_1, v_1$  la densità di distribuzione e le componenti della corrente indotta si sa che

$$(10) \quad F_1 = \int_{\sigma} \frac{\bar{e}_1}{r} d\sigma, \quad U_1 = A \int_{\sigma} \frac{\bar{u}_1}{r} d\sigma, \quad V_1 = A \int_{\sigma} \frac{\bar{v}_1}{r} d\sigma,$$

gli integrali essendo estesi al piano  $\sigma$  conduttore, ed essendo

$$\bar{e}_1 = e_1(x', y', t - Ar), \quad \bar{u}_1 = u_1(x', y', t - Ar), \quad \bar{v}_1 = v_1(x', y', t - Ar),$$

indicando  $x' y'$  le variabili di integrazione,  $r$  la distanza del punto qualunque  $(x y z)$  a cui si riferisce il potenziale dal punto  $x' y'$ . Per le precedenti espressioni dei potenziali ritardati indotti si riconosce quindi che le forze elettromagnetiche indotte, al pari delle inducenti, si annullano all'infinito solo di primo ordine. Le funzioni  $F_1, U_1, V_1$  come potenziali ritardati si sa che devono soddisfare l'equazione

$$(11) \quad \square f = \Delta f - A^2 \frac{d^2 f}{dt^2} = 0,$$

ed all'equazione di continuità

$$(12) \quad A \frac{dF_1}{dt} + \frac{dU_1}{dx} + \frac{dV_1}{dy} = 0;$$

inoltre per le loro espressioni analitiche (10) esse devono essere funzioni pari di  $z$ , ed avere lo stesso valore nei punti simmetrici rispetto al piano  $z=0$ , onde si possono considerare come funzioni di  $|z|$ . Le loro discontinuità relative al piano  $z=0$  sono

$$-\frac{1}{2\pi} \frac{dF_1}{d|z|} = e_1, \quad -\frac{1}{2\pi} \frac{dU_1}{d|z|} = Au_1, \quad -\frac{1}{2\pi} \frac{dV_1}{d|z|} = Av_1$$

Resta da tener conto per il piano conduttore della legge di Ohm; per essa si sa che la corrente è proporzionale alla componente tangenziale della forza elettrica ed ha la stessa direzione. Quindi essendo  $k$  una costante <sup>(1)</sup> (un trentesimo della resistenza dell'unità di superficie del piano conduttore espressa in Ohm) le condizioni relative al piano  $z=0$  sono:

$$(13) \quad \left\{ \begin{aligned} -\frac{k}{2\pi} \frac{dU_1}{d|z|} &= -\frac{d}{dx} (F + F_1) - A \frac{d}{dt} (U + U_1), \\ -\frac{k}{2\pi} \frac{dV_1}{d|z|} &= -\frac{d}{dy} (F + F_1) - A \frac{d}{dt} (V + V_1), \end{aligned} \right.$$

<sup>(1)</sup> Vedi Levi-Civita, mem. cit., pag. 25.

ossia anche

$$(14) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{k}{2\pi} \frac{dU_1}{d|z|} - \frac{dF_1}{dx} - A \frac{dU_1}{dt} = \frac{dF}{dx} + A \frac{dU}{dt}, \\ \frac{k}{2\pi} \frac{dV_1}{d|z|} - \frac{dF_1}{dy} - A \frac{dV_1}{dt} = \frac{dF}{dy} + A \frac{dV}{dt}. \end{array} \right.$$

Per le proprietà di cui godono  $F_1, U_1, V_1$  i primi membri delle (14) sono funzioni regolari di  $x, y, |z|$  nel semispazio  $|z| > 0$ , riducendosi rispettivamente per  $z = 0$  a

$$\frac{dF}{dx} + A \frac{dU}{dt}, \quad \frac{dF}{dy} + A \frac{dV}{dt},$$

e verificanti l'equazione  $\square f = 0$ . A tutte queste condizioni soddisfanno anche i secondi membri, purchè in essi si sostituisca  $-|z|$  a  $z$ , con che si toglie la singolarità che presentano nel punto occupato dalla carica; indichiamo i potenziali inducenti dopo la sostituzione con  $F', U', V'$ . Dopo questo i primi ed i secondi membri della (14) soddisfanno alle stesse condizioni, all'infinito però si annullano in generale solo di primo ordine. Circa il comportamento all'infinito delle forze elettromagnetiche induttrici ed indotte è possibile fare un'ipotesi, conciliabile coll'esperienza, ed in base alla quale le (14), valevoli per i punti del piano  $z = 0$ , si possono estendere a tutto lo spazio.

Nel caso di un piano di conduttività infinita ( $k = 0$ ) si ritiene concordemente che il piano stesso ha la facoltà di sopprimere l'azione elettrica e magnetica della carica in moto, onde al di là del piano, cioè dalla parte opposta a quella della carica, le forze elettromagnetiche sono nulle. Nelle ordinarie condizioni sperimentali la costante  $k$ , per quanto diversa da zero, è da ritenersi però sempre piccolissima; si è inoltre sempre riconosciuto che le forze elettriche (somma dell'inducente e dell'indotta) al di là del piano conduttore sono trascurabili. Infatti in tutte le esperienze sulla convezione, lo schermo metallico ha l'ufficio di proteggere l'ago dalle azioni elettriche. È quindi conciliabile coi fatti sperimentati l'ipotesi che le quantità

$$\frac{k}{2\pi} \frac{dU_1}{d|z|}, \quad \frac{k}{2\pi} \frac{dV_1}{d|z|},$$

si annullino all'infinito almeno di secondo ordine, come pure le altre

$$\begin{aligned} -\frac{dF'}{dx} - A \frac{dU'}{dt} - \frac{dF_1}{dx} - A \frac{dU_1}{dt}, \\ -\frac{dF'}{dy} - A \frac{dV'}{dt} - \frac{dF_1}{dy} - A \frac{dV_1}{dt}, \end{aligned}$$

le quali sono le componenti delle forze elettriche al di là del piano secondo

gli assi  $x, y$ . In base a queste ipotesi si può dimostrare <sup>(1)</sup> che le funzioni

$$P = \frac{k}{2\pi} \frac{dU_1}{d|z|} - \frac{dF_1}{dx} - A \frac{dU_1}{dt} - \frac{dF'}{dx} - A \frac{dU'}{dt},$$

$$Q = \frac{k}{2\pi} \frac{dV_1}{d|z|} - \frac{dF_1}{dy} - A \frac{dV_1}{dt} - \frac{dF'}{dy} - A \frac{dV'}{dt},$$

per le proprietà di cui godono, e poichè si annullano all'infinito almeno di secondo ordine, sono nulle in tutto lo spazio; onde si conclude che le (14), in cui si sostituisca  $F', U', V'$ , ad  $F, U, V$ , sono valevoli in tutto lo spazio, e non solo sul piano  $z=0$ .

Dall'equazioni (11), (12), (14), risultano allora completamente determinate le funzioni incognite  $F_1, U_1, V_1$ . Resta così giustificato il procedimento di cui mi sono valso nel considerare il caso di una carica in moto circolare uniforme parallelamente ad un piano conduttore indefinito per estendere le relazioni analoghe alle (14), relative al piano conduttore, a tutto lo spazio, e procedere quindi alla determinazione dei potenziali indotti.

**Geometria.** — *Sulla omologia di due piramidi in un iperspazio.* Nota di LUIGI BERZOLARI, presentata dal Socio C. SEGRE.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

**Fotografia del cielo.** — *Sulla precisione delle posizioni stellari ottenute col metodo fotografico.* Nota II di G. BOCCARDI <sup>(2)</sup>, presentata dal Corrispondente A. RICCÒ <sup>(3)</sup>.

Nella mia Nota precedente dall'istesso titolo (vol. XII, 1° sem. 1903, pag. 601), addussi alcune prove del fatto, oramai accertato, della grande precisione che si può raggiungere nelle posizioni fotografiche delle stelle. Siccome però la concisione di quella Nota potrebbe dar luogo ad equivoci, ritorno sull'argomento, quantunque esso sia un po' alieno dalle ricerche cui si dedica l'Osservatorio di Torino <sup>(4)</sup>.

<sup>(1)</sup> Vedi la Nota; *Campo elettromagnetico* ecc. Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. XII, 1° sem. 1903, pag. 162.

<sup>(2)</sup> Lavoro eseguito nel R. Osservatorio di Torino.

<sup>(3)</sup> Presentata nella seduta del 10 aprile 1904.

<sup>(4)</sup> In Italia l'unico Osservatorio governativo in cui si coltivi l'Astrofotografia è quello di Catania.



È noto che in Astronomia le posizioni delle stelle *fondamentali* riposano ognuna sopra più centinaia di osservazioni, mentre le posizioni stellari dei cataloghi, anche migliori, posano sopra un numero molto minore di osservazioni; ma ciò non toglie che, parlando di cataloghi, si possa dire che i migliori fra essi poggiano sopra molte osservazioni per ciascuna stella, mentre i cataloghi di precisione minore (ordinariamente i più antichi) hanno posizioni stellari basate sopra una, due o al più tre o quattro osservazioni. S'intende bene che le espressioni *poche* o *molte osservazioni* sono relative.

Io non credo si possa ritenere che le posizioni delle fondamentali sieno conosciute con precisione di  $0^s,01$  in ascensione retta e  $0'',1$  in declinazione. Per convincersene, basta percorrere le diverse liste di correzioni proposte alle stelle fondamentali. Prendiamo il *Fundamental Catalog* di Auwers. Nel II volume delle Pubblicazioni dell'Osservatorio di Strasburgo sono date le correzioni a 368 stelle del citato catalogo fondamentale, poggiate sopra osservazioni molto esatte eseguite col grande circolo meridiano di quell'Osservatorio e ridotte con accuratezza straordinaria. Ora le prime 150 stelle hanno in detta lista una correzione media di  $\pm 0^s,037$  e  $\pm 0'',40$ . L'istesso Auwers nel *Berliner Jahrbuch* pel 1904 ha proposte delle correzioni alle sue fondamentali. La media delle correzioni per le prime 150 stelle è:  $\pm 0^s,045$  e  $\pm 0'',29$ . Finalmente il confronto delle posizioni date per le medesime stelle in diversi cataloghi fondamentali, per esempio quelli di Auwers e di Newcomb, mostra divergenze ben superiori a  $0^s,01$  e  $0'',1$ .

Nella mia Nota precedente, io non intendevo nè potevo certamente parlare delle fondamentali; altrimenti avrei dovuto indicarlo. Invece in essa io mi occupavo della precisione delle posizioni date dai migliori cataloghi e basate sopra molte osservazioni. Fo notare però che quando in detta Nota io vengo a valutare di quanto è superiore la precisione delle posizioni fotografiche alle meridiane, per esempio: « 10 volte maggiore » a rigore di linguaggio bisognerebbe dire non *precisione 10 volte maggiore*, ma *peso 10 volte maggiore*. Ciò secondo la teoria dei minimi quadrati.

Nella citata Nota ho paragonato fra loro posizioni fotografiche delle medesime stelle date da diversi Osservatori, e poi posizioni delle identiche stelle, come risultano da osservazioni meridiane eseguite anche in diversi Osservatori. L'accordo fra le posizioni fotografiche è notevolmente maggiore che fra le meridiane, ed ho creduto poterne dedurre che il metodo fotografico dà risultati migliori del metodo ordinario. Questa illazione mi sembra legittima, perchè riguardo alle posizioni meridiane i dati pei diversi Osservatori erano assolutamente gli stessi, cioè le posizioni delle medesime stelle fondamentali, desunte dal catalogo di Newcomb, e, per giungere alle posizioni meridiane delle stelle riferite a dette fondamentali, rimaneva il procedimento delle osservazioni differenziali al circolo meridiano. Quanto alle posizioni fotografiche i dati erano anche gli stessi pei vari Osservatori, cioè le

posizioni delle stelle che i Francesi chiamano *de repère* <sup>(1)</sup> (da non confondersi con le stelle *de comparaison*) e per giungere alle posizioni fotografiche rimaneva il procedimento della riduzione delle lastre, poggiate anch'esso sopra misure differenziali. Se non vado errato, si può in queste condizioni istituire un confronto fra l'un procedimento e l'altro, ch'è quello che mi son proposto. Ora i risultati del metodo fotografico si accordano fra loro molto meglio che i risultati del metodo meridiano; mi sembra dunque che si possa concludere che, nelle date condizioni, il metodo fotografico sia superiore all'altro.

Se si dicesse che le misure differenziali al meridiano nei vari Osservatori per le medesime stelle non furono fatte relativamente all'identico gruppo di fondamentali, farò osservare che nella riduzione delle lastre in diversi Osservatori il numero delle stelle di *repère* fu diverso, e per le lastre di Catania di non poco inferiore a quello di Parigi e di Bordeaux. Aggiungo che i centri stessi delle lastre contenenti le stelle da me scelte pel confronto non ebbero la stessa posizione in  $\alpha$  e  $\delta$ , perchè a Parigi e a Bordeaux si ebbe in mira di fotografare principalmente il pianeta *Eros*, e le ore essendo diverse pei due Osservatori, le posizioni dei centri delle lastre erano anche diverse. Quanto poi alle lastre di Catania da me ridotte, esse appartengono alla serie del catalogo fotografico, e non furono eseguite in vista di *Eros* <sup>(2)</sup>. Più ancora, i metodi di misura delle coordinate rettilinee delle stelle e di riduzione in coordinate sferiche furono affatto diversi negli Osservatori di Parigi, Bordeaux e Catania; eppure le posizioni fotografiche si accordano tanto. Mi sembra che la teoria degli errori ci conduca alla conclusione che il metodo fotografico ci permette di raggiungere maggiore precisione nelle posizioni delle stelle, poichè con esso, partendo da dati abbastanza diversi e procedendo con metodi diversi di misura e calcolo, si giunge a risultati quasi identici.

Ma forse si obietterà che allora la superiorità del metodo fotografico deve attribuirsi al metodo dei minimi quadrati, non ai procedimenti fotografici. A ciò io rispondo che non veggo perchè non si possano paragonare due metodi di ricerca astronomica, in uno dei quali entra il metodo dei minimi quadrati, nell'altro no. D'altronde anche le posizioni stellari meridiane dei diversi Osservatori da me confrontate fra loro sono la media di 3, 4, ... fino a 9 osservazioni eseguite in ognuna di quelle specole, e con ciò il metodo dei minimi quadrati entra anche nelle posizioni meridiane. Si aggiunga che nella riduzione delle lastre si ottengono risultati quasi identici determinando le costanti anche con altri metodi di risoluzione delle equazioni in

(1) Forse si potrebbe chiamarle in italiano *stelle capisaldi*.

(2) Però l'Osservatorio di Catania ha preso parte anch'esso al lavoro internazionale per *Eros*, fotografando la zona di cielo percorsa da quel pianeta.

numero maggiore delle incognite, come ha dimostrato recentemente il chiarissimo dott. Cerulli nelle *Memorie della Società degli Spettroscopisti* (Vol. XXXIII, pag. 20). Del resto, la superiorità delle posizioni fotografiche dipende non solo dalle compensazioni che porta il metodo dei minimi quadrati, introdotto con le molte stelle di *repère*, ma anche dalla esattezza con cui si misurano le distanze delle immagini stellari dal centro della lastra.

Può darsi che questi argomenti non riescano a convincere tutti, sicchè, per togliere ogni dubbio, bisognerebbe mostrare non solo l'accordo delle posizioni fotografiche fra loro, ma anche il loro accordo con la verità, cioè col cielo stesso. Ebbene, non potendo noi giungere mai a posizioni assolutamente esatte, perchè non vi è limite in questa materia, mi sembra tuttavia che si possa procedere col seguente criterio. Volendo istituire un confronto fra due risultati ottenuti per via diversa, se non si possiede il valore assolutamente esatto dell'elemento che si vuol determinare, si può ricorrere per termine di comune confronto ad un valore che si avvicina certamente più degli altri due alla verità. Per esempio, volendo istituire un confronto fra una determinazione del tempo col sestante ed un'altra col teodolite, si può ricorrere per comune confronto ad una determinazione del tempo fatta con un buon strumento dei passaggi. Ecco ora in qual modo io applico questo criterio per mostrare il maggior accordo *assoluto* delle posizioni fotografiche col cielo. Prendo delle posizioni stellari da un catalogo fotografico ben costruito, per esempio quello di Parigi, e le paragono con le posizioni delle medesime stelle dedotte dall'insieme delle osservazioni di straordinaria precisione fattene nel 1900 per la opposizione di *Eros*. Gli astronomi ammetteranno concordemente che queste ultime posizioni sieno vicinissime alla verità. Dal detto confronto risulta immediatamente che le posizioni fotografiche si accordano con quelle, lasciando divergenze più piccole dell'errore medio che rimane sulle posizioni meridiane date dai migliori cataloghi. Mi sembra che sono in diritto di concludere che le posizioni fotografiche hanno una superiorità che direi assoluta, perchè si accordano col cielo meglio che i cataloghi meridiani.

Nel quadro seguente io do per 13 stelle della *Durchmusterung*: 1° le posizioni fotografiche dedotte dal catalogo di Parigi (I vol.); 2° le posizioni meridiane in esso adottate per le medesime stelle (che sono di *repère*), posizioni poggiate ognuna sopra molti cataloghi meridiani fra i migliori esistenti (come può vedersi nella introduzione); 3° le posizioni meridiane delle medesime stelle basate sopra tutte le osservazioni fattene in molti Osservatori nel 1900; 4° le differenze fra le posizioni fotografiche e queste ultime; 5° le differenze fra le posizioni meridiane poggiate su molti cataloghi e le posizioni meridiane del 1900 (1).

(1) Nella costruzione della tabella seguente mi sono valso dell'opera intelligente del sig. dott. Nicolis.



* D. M.	gr.	Pos. fot.	Pos. mer.	Pos. mer. 1900	Pos. fot.	Pos. mer.	Pos. mer. 1900	1900 — fot.	1900 — mer.
		<sup>h</sup> <sup>m</sup> <sup>s</sup>	<sup>s</sup>	<sup>s</sup>	<sup>o</sup> <sup>'</sup> <sup>''</sup>	<sup>''</sup>	<sup>''</sup>	<sup>s</sup> <sup>''</sup>	<sup>s</sup> <sup>''</sup>
+24.533	7,9	3.35.20,18	20,06	20,26	+24.41. 6,2	6,7	5,8	+ 0,08 — 0,4	+ 0,20 — 0,9
24.537	7,9	3.37.44,68	44,72	44,78	24.45.52,0	51,9	51,1	+ 0,10 — 0,9	+ 0,06 — 0,8
23.562	8,2	3.43.28,59	28,59	28,66	23.56.33,8	34,0	33,0	+ 0,07 — 0,8	+ 0,07 — 1,0
24.578	8,1	3.44.29,90	29,87	29,97	24.11.31,1	30,9	30,5	+ 0,07 — 0,6	+ 0,16 — 0,4
23.570	7,5	3.44.55,48	55,38	55,53	23.39.34,2	34,2	33,0	+ 0,05 — 1,2	+ 0,15 — 1,2
24.589	8,8	3.46.54,50	54,48	54,54	24.25. 4,3	4,7	3,3	+ 0,04 — 1,0	+ 0,06 — 1,4
23.584	8,8	3.49. 4,49	4,49	4,54	23.39.45,8	45,6	46,1	+ 0,05 + 0,3	+ 0,05 + 0,5
24.595	8,4	3.49. 7,52	7,50	7,58	24.48.40,9	40,3	40,7	+ 0,06 — 0,2	+ 0,08 + 0,4
23.589	8,6	3.50.40,75	40,73	40,79	23.18.14,3	14,3	14,6	+ 0,04 + 0,3	+ 0,06 + 0,3
23.594	7,8	3.52.22,67	22,64	22,72	23.47.40,4	40,0	39,3	+ 0,05 — 1,1	+ 0,08 — 0,7
23.600	7,8	3.53. 6,40	6,42	6,39	23.20.29,2	28,7	29,4	— 0,01 + 0,2	— 0,03 + 0,7
23.606	8,9	3.57.48,86	48,87	48,91	24. 7.32,0	31,9	32,1	+ 0,05 + 0,1	+ 0,04 + 0,2
23.611	8,7	3.58.52,38	52,38	52,39	+23.14. 5,0	4,6	5,2	+ 0,01 + 0,2	+ 0,01 + 0,6

Riducendo le  $\Delta\alpha$  in  $\Delta\alpha \cos \delta$  espresse in secondi d'arco, e formando i quadrati delle  $\Delta\alpha \cos \delta$  e  $\Delta\delta$ , pel calcolo dell'errore medio, questo risulta:

$$\begin{array}{ll} \text{per le posizioni fotografiche} & e_m = \pm 0'',754 \text{ (1)} \\ \text{" " meridioane} & e_m = \pm 1, 055 \end{array}$$

Si vede che l'accordo col cielo è di non poco maggiore per le posizioni fotografiche che per le posizioni meridioane basate sopra molti cataloghi. Riflettendo all'entità ed ai segni delle divergenze ora scritte, si nota subito che esse hanno andamento sistematico e analogo pei due sistemi di posizioni. L'andamento sistematico si spiega con la diversità delle posizioni adottate per le fondamentali nelle osservazioni ai circoli meridiani prima del 1900 (nella costruzione dei cataloghi su i quali sono basate le posizioni delle stelle di *repère*) e nel 1900, quando fu adottato il catalogo fondamentale di Newcomb.

L'analogia (identità del segno e vicinanza dei valori) delle differenze per le posizioni fotografiche e le meridioane, si spiega evidentemente col fatto che quelle sono poggiate su queste e quindi sulle antiche posizioni delle fondamentali. Si osserva però l'effetto del combinare insieme molte stelle di *repère* per ogni lastra, con che, pure rimanendo sulle posizioni fotografiche, gli errori sistematici delle posizioni meridioane (dipendenti dalle fondamentali), sono però in larga misura attenuati gli errori accidentali di osservazione. Si noti da ultimo che l'errore medio  $\pm 0'',754$  per le posizioni fotografiche darebbe una idea non tanto vantaggiosa della precisione del catalogo fotografico di Parigi; ma quel valore piuttosto rilevante dipende da che le

(1) Per ragioni facili a intendersi non mi si obietterà che l'esistenza di errori sistematici non renda legittimo l'impiego del metodo dei minimi quadrati. Gli errori sistematici sono gli stessi per l'uno e per l'altro genere di misure da me confrontati.

lastre contenenti le 13 stelle sono fra le prime fotografate in quell'Osservatorio, cioè più di un decennio prima del 1900; si comprende quindi che nelle divergenze: 1900 — posiz. fotogr. (siccome del resto anche per le divergenze: 1900 — posiz. merid.) entrino i moti propri. Se le stelle di confronto per *Eros* non fossero comprese fra le prime ore di ascensione retta, avrei potuto scegliere dal catalogo fotografico di Parigi lastre eseguite in epoche vicine al 1900, e l'accordo col cielo sarebbe risultato maggiore. Appunto per mettersi al sicuro dalle incertezze dei moti propri, l'Osservatorio di Parigi fa attualmente riosservare le stelle di *repère* adottate nel catalogo fotografico.

Se poi si credesse opportuno addurre argomenti di autorità in questa materia, senza tornare su quanto scrive Loewy nelle circolari dell'Osservatorio di Parigi, e nel catalogo fotografico, io citerei:

Scheiner (*Photographie der Gestirne*, pag. 182). « L'esperienza ha insegnato che una buona lastra, dopo accurata misura e riduzione, dà posizioni di stelle, l'errore medio delle quali non oltrepassa  $0'',1$  »;

Donner (*Sur le rattachement des clichés photographiques. Acta Societatis Scientiarum Fennicae*, 8<sup>me</sup> partie, 1896) « l'errore probabile di una posizione fotografica è:  $\pm 0'',01$  e  $\pm 0'',1$  »;

Van de Sande Bakhuyzen (*Bulletin de la Carte du Ciel*, I vol.) dà  $\pm 0'',11$  o almeno  $\pm 0'',14$  per precisione delle posizioni fotografiche;

Ritchard (*Ricerche sulla fotografia delle stelle. Nature*, London XXXIV, pag. 305) dà le posizioni fotografiche delle Pleiadi con errore medio  $\pm 0'',24$ ; mentre con osservazioni all'eliometro l'errore medio era di  $\pm 0'',29$ . E questo nel 1888, quando appena cominciavano i saggi di riduzione di lastre; oggi la precisione cui si può giungere è molto maggiore;

Wilsing, *Ueber die Genauigkeit photographischer Messung* (*Astron. Nach.* 141, pag. 89);

O. Bergstrand, *Sull'applicazione della fotografia alla determinazione delle parallassi*, Upsala, 1899;

Rambaut, *Monthly Notices*, LVII.

Ometto molte altre citazioni del Bulletin Astronomique e di altre pubblicazioni astronomiche.

Dopo un accordo simile fra coloro che si sono occupati direttamente di fotografia celeste, si comprende che non conviene fermarsi ad un'affermazione senza dimostrazione sfuggita all'illustre professore di *Meccanica celeste*, il compianto Tisserand, in una Notizia popolare, in cui scrive che la precisione delle posizioni fotografiche non potrebbe oltrepassare quella delle posizioni meridiane, e che le è presso a poco uguale. Forse egli parlava di

lastre ridotte con stelle di *repère* poche di numero o di posizione non molto esatta. È vero che nelle decisioni dei congressi per la carta del cielo fu assegnato 10 come limite inferiore del numero di stelle di *repère* per le lastre del catalogo fotografico, ma in pratica, questo numero è oltrepassato di non poco. Per convincersene, basta consultare il catalogo fotografico di Helsingfors e più quello di Parigi, nel quale le lastre hanno, in media, da 25 a 30 stelle di *repère*. Che se in alcuno degli Osservatori partecipanti al lavoro suddetto si è stati paghi di pubblicare le sole coordinate rettilinee, senza le costanti di riduzione, oppure si è adottato sempre il numero 12 di stelle di *repère*, desumendole tutte da un sol catalogo, in altri Osservatori, non solo si è preso il maggior numero possibile di stelle di *repère*, ma se n'è elaborato un catalogo, compilandolo su i migliori esistenti, e inoltre se n'è riosservato un numero eguale in epoche vicine al 1900.

Nell'Osservatorio di Parigi si è pubblicato il I volume del catalogo fotografico che abbraccia 64264 stelle, e le lastre sono state ridotte con tanta cura, che il direttore di quella specola, il Loewy, scrive nella introduzione allo stesso: « On peut se rendre compte d'une manière plus tangible de la précision obtenue. En s'aidant de la formule  $\frac{2n}{n+1}$ , la comparaison de l'erreur totale 0'',31 (1) avec le chiffre  $\pm 0'',80$  (2) défini plus haut montre que l'exactitude d'une coordonnée astronomique tirée du présent volume équivaut à celle qu'offre la moyenne d'environ 10 positions d'étoiles de repère empruntées à cinq catalogues. De cette analyse il résulte ainsi avec évidence que la méthode photographique réalise de la manière la plus satisfaisante les espérances qu'on avait fondées sur son efficacité ». Eppure a Parigi, dopo edificato un simile monumento scientifico, si preparano ad una nuova riduzione delle stesse lastre, adottando per le stelle di *repère* posizioni dedotte dalla loro riosservazione ai circoli meridiani, intorno al 1900. Tanto si è preso a cuore in quell'Osservatorio un lavoro di cui ivi stesso fu presa l'iniziativa.

Ma io non veggo come si vogliano addurre nella questione che ho trattata nella mia Nota precedente le disposizioni dei congressi per la carta del cielo, il modo con cui furono interpretate in questo o in quell'Osservatorio, anzi non veggo che relazione abbia l'intero lavoro del catalogo fotografico internazionale con la mia tesi che riguarda *la precisione che si può raggiungere sulle posizioni fotografiche*. Si sa infatti che questo nuovo campo di ricerca scientifica non è coltivato soltanto negli Osservatori partecipanti al detto lavoro internazionale; io poi ho trattato in generale della precisione che può ottenersi con una riduzione delle lastre fatta bene, ed a siffatte lastre si riferiscono le conclusioni della mia Nota.

(1) Di una coordinata fotografica.

(2) Errore probabile di una posizione meridiana presa da un sol catalogo.



Un punto essenziale da assodare è che il procedimento fotografico permette di ottenere l'esattezza che ho dimostrata riguardo a stelle piccolissime, fino alla 13<sup>a</sup> grandezza, come si è veduto nella opposizione di *Eros* (*Circolare N. 10 dell'Osservatorio di Parigi*); così che il lavoro prodotto dal metodo fotografico è, anche per l'estensione, superiore a quello finora prodotto dal metodo classico di osservazione. A nessuno verrà certo in mente che col fin qui detto io intenda in qualche modo scemare alcun che della stima in cui devesi avere l'opera tanto meritoria degli astronomi, che osservano al circolo meridiano; tanto più che, almeno finora, le posizioni meridiane sono la base su cui poggia il lavoro di riduzione delle lastre. Non v'ha dubbio però che quando nella regione celeste corrispondente ad una lastra fotografica <sup>(1)</sup> si possederanno le posizioni fotografiche di una ventina di stelle, naturalmente si adotteranno le posizioni fotografiche come capisaldi, ossia stelle di *repère*, non più le posizioni meridiane.

Se non vado errato, nella presente Nota ho precisato i termini della mia tesi e l'ho provata in modo convincente; ma con essa e con la Nota precedente io non ho menomamente avuto intenzione di far sorgere fra due procedimenti astronomici un dualismo che non deve aver luogo, siccome non esiste dissenso alcuno fra gli astronomi, i quali adoperano l'uno o l'altro. Forse il miglior modo di evitare quel dualismo sarebbe il rendersi familiare, con l'esercizio, l'uno e l'altro metodo, avvalendosene simultaneamente a vantaggio dell'astronomia.

Nell'Annuario del R. Osservatorio di Torino pel 1905 io darò più ampio sviluppo all'argomento della presente Nota.

**Fisica matematica.** — *La circolazione atmosferica negli strati inferiori.* Nota di LUIGI DE MARCHI, presentata dal Corrispondente G. RICCI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

(1) S'intende eseguita non in vista del catalogo fotografico, ma per altre ricerche posteriori, come per esempio il lavoro su *Eros*.

**Fisica terrestre.** — *Per lo studio della temperatura dell'aria alla sommità del Monte Rosa.* Nota di E. ODDONE, presentata dal Socio P. BLASERNA <sup>(1)</sup>.

Tra pochi mesi il rifugio Osservatorio Regina Margherita, eretto a 4560 m. sulla vetta del Monte Rosa, alla punta Gnifetti, ospiterà il primo personale che lassù dovrà accingersi a misurare gli elementi e misurarsi con essi.

Per appoggiare quest'impresa, come ne incombe dovere ad ogni cultore delle scienze meteorologiche, pensai non essere disutile un lavoro preparatorio sull'entità delle variazioni degli elementi meteorologici a quell'altezza.

Una tale indagine servirà ad avvertire l'osservatore delle difficoltà cui andrà incontro, dirà delle modificazioni da apportarsi lassù agli apparecchi di osservazione e richiamerà gli argomenti controversi a cui dovrà darsi maggiore attenzione.

Come primo saggio dirò, in questa Nota, delle presumibili variazioni della *temperatura dell'aria* a quella stazione.

Vari sono i modi di preventivare la temperatura media dell'aria sulla vetta del Monte Rosa, cadun mese dell'anno.

Indicherò tre metodi e li applicherò successivamente.

In *un primo metodo* si parte da note temperature in basso e si applica il più accettato gradiente termico coll'altezza.

Queste temperature sono calcolabili grazie al lavoro del prof. Lugli dal titolo: *Sulla variazione media della temperatura in Italia con la latitudine ed altezza* (Annali della Meteorologia, anno 1882).

Il seguente prospetto compendia il metodo. Esso riporta in prima riga le temperature medie mensili alla latitudine del Monte Rosa ed al livello del mare; nella seconda riga presenta i gradienti termici verticali mensili pel gruppo alpino, come sono dati nel citato lavoro; infine nella terza riga dà calcolate le probabili temperature medie mensili all'altezza voluta.

Temperature medie mensili al mare ed a 45° 55' 41" di latitudine.													Escursione
Genn.	Febr.	Marz.	Apr.	Mag.	Giu.	Lugl.	Agos.	Sett.	Ott.	Nov.	Dic.	Media annua	
0°5	3°8	8°0	13°5	17°2	21°7	24°6	23°45	19°6	13°6	6°2	1°7	12°9	24°1
Gradiente per — 100 <sup>m</sup>													—
0°267	0°361	0°528	0°622	0°658	0°676	0°740	0°688	0°612	0°511	0°408	0°316	—	
Probabili temperature medie mensili al Monte Rosa (4560 m.)													8°15
-11°7	-12°7	-16°1*	-14°9	-12°8	-9°1	-9°1	<u>-7°95</u>	-8°3	-9°7	-12°4	-12°7	-11°45	

(<sup>1</sup>) Presentata nella seduta del 10 aprile 1904.

Questi risultati, ottenuti coll'estrapolazione fino a 4560 m. di osservazioni comprese tra 0 e 2500 m. circa, comportano un errore sconosciuto; possiamo peraltro dire che le temperature invernali saranno presumibilmente troppo miti, perchè nei calcoli, figurano gradienti deboli per via del noto fenomeno dell'inversione della temperatura nei primi strati dell'atmosfera.

In *un secondo modo* mi servii delle osservazioni termometriche ottenute nelle ascensioni aerostatiche, ad un'altezza prossima a quella del Monte Rosa; permettendomi di ritenere provvisoriamente: 1) che le temperature delle vette, a parità d'altezza, non siano gran che diverse da quelle del libero spazio; 2) che desse siano abbastanza indipendenti anche da relativamente grandi variazioni di latitudine. Per la poca approssimazione che occorre ai nostri risultati, possiamo ritenere giustificate queste supposizioni, in quanto varie serie di osservazioni termometriche aeronautiche a Parigi concordano entro il grado con quelle termometriche di montagna al Sonnblich, ed in quanto si è notato che l'isoterma zero nel libero spazio sopra Parigi ha, in estate, un'altezza che corrisponde da vicino a quella del versante meridionale delle Alpi (<sup>1</sup>).

Degli andamenti annui della temperatura chilometro per chilometro, quali ha ricavati l'illustre signor Teisserenc de Bort (<sup>2</sup>) dalle osservazioni termometriche in 240 ascensioni di palloni sonda, avvenute a varie stazioni negli anni 1898-99 e 1900 sopra Trappes, ho scelto l'andamento per l'altezza di 5 km. La riduzione all'altezza del Monte Rosa (4560 m.) importa una piccola correzione, sia perchè la differenza d'altezza è piccola, sia perchè a quell'altitudine il gradiente termico verticale nel ciclo annuale è già pressochè costante, notoriamente eguale a  $-0^{\circ}65$  per ettometro.

Scrivo senz'altro i risultati del calcolo:

Probabili temperature medie mensili al Monte Rosa (4560 m.)

Genn.	Febr.	Marz.	Apr.	Mai.	Giu.	Lugl.	Agos.	Sett.	Ott.	Nov.	Dic.	Media annua	Escursione
-12°4	-18°9	-18°0	-15°5	-13°9	-5°9	-5°8	<u>-4°3</u>	-6°8	-8°1	-9°9	-16°0	-11°3	18°2

Anche qui l'approssimazione è incognita, ed il metodo suscettivo di maggior esattezza. Infatti il prof. Hann (<sup>3</sup>) fece notare che Teisserenc de Bort avrebbe ottenuti valori più approssimati delle temperature medie mensili a 5 km. applicando alle temperature medie normali di Parigi una sottrazione eguale alle differenze di temperature notate cadun mese tra il suolo ed i 5 km. Questa correzione nei valori delle temperature mensili a 5 km., porta

(<sup>1</sup>) La prima località ha l'isoterma  $0^{\circ}$  a 3600 m., la seconda a 3590 m. (J. Hann, Met. Zeitschr. 1901, pag. 31. Idem L. d. Met., pag. 135.).

(<sup>2</sup>) C. R. de l'Académie des sciences. Novembre 1900.

(<sup>3</sup>) Meteor. Zeitschrift. Anno 1901, pag. 29.



alle varianti date nel seguente terzo specchio:

Probabili temperature medie mensili al Monte Rosa (4560 m.)

Genn.	Febr.	Marz.	Apr.	Mag.	Giu.	Lugl.	Agos.	Sett.	Ott.	Nov.	Dic.	Media annua	Escursione
-15°4	-17°4	-17°9	-16°1	-12°1	-7°7	-4°8	-4°7	-6°4	-8°9	-11°1	-13°0	-11°3	13°2

Come risultato del secondo metodo terremo queste cifre, anzichè le precedenti (1).

In *un terzo modo*, ho voluto vedere quale contributo potessero dare alla questione le osservazioni di temperature di vette e di alti colli che di tanto in tanto si leggono nelle relazioni alpinistiche. Malgrado la generale non buona prevenzione contro queste osservazioni, desse non mi sembrarono indegne d'essere raccolte, siccome probità e coltura sono attributi della maggior parte dei costituenti la famiglia alpinistica.

All'uopo ho riletto le pubblicazioni del Club Alpino Italiano, stralciando quante osservazioni di temperatura furono fatte dagli alpinisti sugli alti colli e sulle vette alpine ed appennine.

Ho trovato circa ottocento osservazioni, e tra queste riportate, quelle celebri del Volta sul Fieudo al Gottardo, addì 7 settembre 1777 (2); del De Saussure (3) sul Colle del Gigante (3428 m.) dal 13 al 19 luglio 1788; del Bravais (4) sul plateau du M<sup>t</sup>. Blanc (3930 m.) addì 29, 30, 31 agosto 1844; del Dollfus-Ausset (5) al Theodul (3333 m.) del 22 agosto al 3 settembre 1864; e poi l'annata meteorica dal 1 agosto 1865 al 31 agosto 1866 allo stesso colle Theodul fatta per incarico del sig. Dollfus-Ausset (6) da due osservatori svizzeri ed uno italiano, certo Gorret Antonio di Valtournanche.

(1) Nuovi calcoli su nuovo lavoro del signor Teisserenc de Bort, apparso recentemente nei C. R. del 1904 a pag. 42 e che comprende le osservazioni di 722 ascensioni avvenute gli ultimi cinque anni, conducono a temperature preventive pel M. Rosa diverse dalle precedenti. Le temperature vengono più basse e l'escursione annua maggiore. È rincrescevole che le nuove medie non si estendano ai singoli mesi ma alle sole stagioni; cosicchè l'unico paragone possibile tra le vecchie e le nuove medie è dato dal prospetto qui appresso:

Probabili temperature medie al M. Rosa nelle quattro stagioni:

	Inverno	Primavera	Estate	Autunno	Media annua	Escursione
Dalla nota del 1900 . . . .	-15°8	-15°8	-5°3	-8°3	-11°3	13.2
" " 1904 . . . .	-16°6	-16°4	-6°2	-9°2	-12°1	13.5

A pag. 406 terremo conto di quest'ultime cifre.

(2) *Boll. del Club A. I.*, 1899, pag. 213.

(3) De Saussure, *Voyages dans les Alpes*. Genève, 1796, 4 vol. Anche Meteor. Zeitschrift 1892.

(4) Dollfus-Ausset, *Matériaux pour l'étude des Glaciers*, tom. VII, pag. 369.

(5) Idem, pag. 180.

(6) Idem, tomo VII ed VIII.

Le altre osservazioni si riferiscono in generale al trentennio scorso, fino al 1900 compreso. Il mese di agosto fornì il massimo numero di giorni di osservazioni, 185; luglio 122; gennaio e dicembre 66 caduno; ottobre 57; settembre 59; febbraio 53; marzo 52; aprile e novembre 36 caduno; maggio 35; giugno 32.

Con queste osservazioni scarse ed isolate, che si riferiscono a periodi molto diversi, che non sono corrette dal periodo diurno, che forse non lo sono dalla costante istrumentale e che vanno ancora ridotte all'altezza e latitudine voluta con gradienti approssimati, sarà mai possibile avvicinarci a quel che è l'andamento annuo della temperatura all'altezza del Monte Rosa? Lo vedremo tra poco.

Come esempio darò per un mese il disteso spoglio delle osservazioni, mentre per gli altri mesi mi limiterò a dare il risultato delle medie. Scelgo il mese di *gennaio* e per economia di spazio ometto le indicazioni bibliografiche relative alle osservazioni. Il lettore riuscirà a verificare queste temperature, cercandole nelle Riviste alpine, poco dopo la data controsegnata nella 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> colonna.

Anno	Data	Vetta o Colle	Altezza in metri	Ora	Temperatura osservata	Temperat. ridotta all'alt. di 4560 m. ed alla latitudine del M. Rosa
1866	Tutto gennaio	Colle Theodul	3333	Media delle 24 <sup>h</sup>	— 10° 2	— 18° 2
1882	27 "	Passo di Collalunga	2600	—	— 1	— 13
1884	11 "	Piz Roseg	3943	9 <sup>h</sup>	— 7. 5	— 11. 5
1885	10 "	Monte Pasubio	2232	—	— 9. 5	— 25
1886	18 "	Sesiajoch	4000	—	— 26	— 30
1886	17 "	Col d'Olen	2900	10 <sup>h</sup>	— 14. 2	— 25
1887	16 "	Colle del Gigante	3365	—	— 22	— 30
1888	6 "	Cap. Gnifetti	3333	6 <sup>h</sup>	— 12	— 20. 5
"	"	"	"	9 <sup>h</sup>	— 15	
1888	7 "	Colle del Lys	4000	7 <sup>h</sup> 1/4	— 24	— 28
"	29 "	Monte Colombo	2848	15 <sup>h</sup>	— 18	— 29
1889	13 "	Monte Velino	2487	11 <sup>h</sup> 1/2	— 4	— 22
"	21 "	G. Paradiso	4061	14 <sup>h</sup>	— 20	— 23
1891	4 "	Mönch (Alpi Bernesi)	4104	—	— 15	— 18
"	14-15 "	Cap. <sup>na</sup> Grandes Jorasses	2804	notte	— 20	— 32
"	25 "	G. Paradiso	4061	—	— 17	— 21
1892	21 "	Monte Bianco	4810	14 <sup>h</sup>	— 22	— 20
1893	6 "	Monte Cimone	2156	—	— 19	— 36
"	7 "	Monte Baldo	2079	18 <sup>h</sup>	— 6	— 23
"	8 "	"	"	6 <sup>h</sup>	— 7. 5	— 23. 5
"	"	"	"	8 <sup>h</sup>	— 6. 0	
1895	1 "	Monte Bo	2616	—	— 17	— 31
1895	27 "	Monte Penna	1735	13 <sup>h</sup> 1/4	— 9	— 26
1896	3 "	Finsteraarhorn	4275	13 <sup>h</sup> 20 <sup>m</sup>	— 5	— 7
"	6 "	Fleckistock	3418	—	— 6	— 14
"	6 "	Zischkeles	3006	—	— 3	— 15
"	"	"	"	—	— 7	
"	14 "	Weisspitze	2714	—	— 20	— 33
"	27 "	Rocciamelone	3537	14 <sup>h</sup> 1/2	+ 1	— 6
1898	7 "	Becca Chatelet	2300	9 <sup>h</sup>	— 4	— 17
"	26 "	Rocciamelone	3537	XII 1 <sup>a</sup>	— 7	— 14
"	30 "	M. Cornour	2868	15 <sup>h</sup>	— 1	— 11
1899	6 "	Mongioie	2631	—	— 1	— 13. 5
"	"	"	"	—	— 2	
"	7 "	Piz Nair	3060	—	— 2	— 11
"	7 "	Gran Paradiso	4061	—	— 5	— 8
1900	7 "	"	"	—	— 22	— 25
"	7 "	Grangie Gimont	2143	—	— 14	— 29
"	17 "	Grandes Jorasses	4205	—	— 26	— 28
1900	6 "	Lago di Brocau	2015	—	— 8	— 24
"	"	"	"	—	— 10	
"	23 "	Punta dell'Argentera	3290	—	— 6	— 14

Media dei 66 giorni di osservazione . . . . . — 19° 7



Analoghe tabelle per gli altri mesi, fornirono il seguente quarto specchietto:

Probabili temperature medie mensili al Monte Rosa (4560 m.).

Genn.	Febr.	Marzo	Apr.	Mag.	Giug.	Lug.	Ag.	Sett.	Ott.	Nov.	Dic.	Media annua	Escursione
*-19°7.	-18°1	-19°8	-16°0	-14°1	-7°6	<u>-5°8</u>	-5°9	-6°2	-11°2	-16°0	-17°8	-13°2.	14°0

### Discussione dei risultati.

*L'andamento annuo.* — Gli specchietti primo, terzo e quarto, dovrebbero coincidere nell'identico andamento annuo preventivato per la temperatura del Monte Rosa, e diversificano tra loro invece notevolmente. Le cifre divergono specie l'inverno e le temperature più basse sono quelle dedotte dalle medie provenienti dalle osservazioni degli alpinisti. Sappiamo dell'incertezza massima che affettano queste ultime, ma d'altra parte in favore loro abbiamo il fatto che le medie temperature di dicembre, gennaio, febbraio e marzo al Sonnblick, dedotte dalle osservazioni di undici anni (1887-1897) <sup>(1)</sup> sono —12°4; —14°0; —14°1; —12°1 ossia circa —20°4; —22°1; —22°5 — 20°9 se ridotte al Monte Rosa. D'estate la differenza tra vetta e libero spazio sarebbe molto meno accentuata e sempre nel senso d'essere più fredda la vetta.

Si scorge quanto fosse incerta l'affermazione a pag. 401 che le temperature delle vette, a parità di altezza, siano eguali a quelle del libero spazio. In questo libero spazio vi è un ritardo termico non ancora ben definito, a precisare il quale, saranno di vera importanza i dati del Monte Rosa in confronto colle osservazioni aeronautiche internazionali.

Per ora, a semplice scopo di orientamento, concluderemo che le temperature medie mensili alla sommità del Monte Rosa si possono preventivare nelle rozze cifre seguenti, che scriviamo ordinate a partire da Gennaio.

—19°\* —18° —18° —16° —14° —9° —6° —5° —6° —11° —15° —17°

Le temperature estive possono pretendere un'approssimazione maggiore delle invernali, ma gli errori possono sempre salire ad un paio di gradi.

Degno di richiamo è il fatto che dei prospetti che figurano in questa Nota, non sono solo i prospetti del libero spazio a dare il mese di marzo pel mese più freddo. Anche le osservazioni al Theodul dicono la stessa cosa. È poi strano che gli alpigiani ritengono questo fatto come normale, ed in ciò si appoggiano all'osservazione che tutti gli anni i camosci scendono in marzo più basso che negli altri mesi per via del freddo intenso. Le osserva-

(1) J. Hann., *Ueber die Temperatur des Sonnblickgipfels*. Sitz. d. k. Akad. Wien. CVII Bd. 1898, pag. 537.

zioni all'Etna <sup>(1)</sup>, al Sonnblick <sup>(2)</sup> ed al Berghaus Obir <sup>(3)</sup> non confermano però questo minimo nel mese di marzo, e noi crediamo che nelle medie di lunghi periodi, il minimo nell'alta montagna, spetti alla fine di gennaio.

*Media annua.* — La media annua nei tre metodi viene — 11°,4 — 11°,3 e — 13°,4. La poca attendibilità dell'ultimo metodo e l'accordo nel risultato dei due primi, porterebbe a considerare errato l'ultimo valore. Però è da osservare che il primo metodo offre un risultato in eccesso per via del già accennato fenomeno dell'inversione della temperatura. Ed in quanto alle altre due cifre, una differenza in quel senso è probabile, la vetta potendo essere più fredda del libero spazio per via dell'evaporazione della neve. Anche il sig. R. de C. Ward <sup>(4)</sup> trovò che la vetta del Ben Nevis è in media di 2°  $\frac{1}{2}$  più fredda del libero spazio ad egual altezza. Intanto altre considerazioni portano la temperatura media annua della vetta del Monte Rosa a un valore inferiore ai — 11°. Il sig. Vallot, supposto che la temperatura dello strato nevoso profondo a temperatura invariabile sulla vetta del Monte Bianco fosse coincidente colla temperatura media dell'aria, assegnò alla temperatura media dell'aria sulla vetta, un valore *un peu au-dessus de* — 16°,7 <sup>(5)</sup>. Deducesi pel Monte Rosa una temperatura qualche po' maggiore di — 15°1. Il prof. Hann, con svariati confronti attribuisce alla temperatura dell'aria alla vetta del Monte Bianco il valore di — 14°,0 <sup>(6)</sup>, onde pel Monte Rosa — 12°,4. I nuovi valori presentati dal sig. Teisserenc de Bort ed accennati nella postilla di pag. 2. danno il valore di — 12°1 pel libero spazio. Dunque preventivando per media temperatura annua della vetta la cifra di — 13°,4 approssimata entro il grado, riapriamo la questione se la temperatura media della vetta sia eguale od inferiore a quella del libero spazio ed accenniamo anzi alla possibilità che la vetta sia in media più fredda.

*Escursione annua.* — La media escursione annua è nei tre metodi conseguentemente diversa; eguale a 8°,1; 13°,2 e 14°,0. La prima cifra, già lo sappiamo è troppo bassa. Maggiore attendibilità hanno le cifre seguenti, in quanto l'escursione annua al Sonnblick eguale a 14°,4 <sup>(7)</sup> ridotta al Monte Rosa colla diminuzione di 0°,22 per ettometro <sup>(8)</sup>, dà la cifra di 13°4. E la cifra di 13°,5 è ancora l'escursione data a pag. 401, in base ai nuovi valori raccolti dal Teisserenc de Bort. Crediamo dunque che un'escursione

(1) A. Riccò e G. Saija, *Saggio di meteorologia dell'Etna* pag. 50.

(2) J. Hann., loc. cit., pag. 553.

(3) Idem pag. 551.

(4) *Science*, 18, pag. 155, 1903.

(5) *Annales de l'Observ. météor. ecc. du Mont Blanc*, vol. III, pag. 30.

(6) Hann, *Climatologie*, 1897, pag. 248.

(7) Loc. cit.

(8) Hann, *Lehrbuch. d. Meteor.* 1901, pag. 133.

di 13°.6, media delle due sovraccennate, non si discosti di mezzo grado dal valor vero.

*Minima e massima assoluta.* — Il valore di questi estremi non ha grande interesse scientifico, ma la loro conoscenza torna utile ai preparatori di termografi. Difficilmente la temperatura *minima assoluta* annua dell'aria al Monte Rosa discenderà oltre i — 40°. Nell'inverno 1894-95 un termometro a minima sul Monte Bianco segnò — 43°, ma probabilmente nella neve, senza ricambio d'aria, risentì il fortissimo irradiazione notturno; funzionò cioè da attinometro. Credo quindi non sia lassù indispensabile di ricorrere ai termometri ad alcool, cosa vantaggiosa, perchè i termometri ad alcool richiedono correzioni notevoli. La temperatura *massima* all'ombra potrà salire a + 5° ed eccezionalmente a + 10°. Un'osservazione addì 4 agosto 1897 diede + 6°; il 30 luglio 1871 sulla vicina Dufourspitze avrebbersi ottenuto + 9° (!?) (1).

*Andamento diurno.* — Dall'andamento barografico di due stazioni diversamente alte, il prof. Hann (2) dedusse l'andamento termico diurno dello strato d'aria intermedio, e da tale andamento, applicato alle stazioni del Monte Bianco e di Chamounix, potè concludere che l'escursione al Monte Bianco dedotta dai termografi registratori ed eguale in luglio ed agosto a 3°.5 era troppo forte e la gabbia meteorica colassù forse non proteggeva abbastanza il termografo dall'insolazione e dalla riflessione della neve.

Tenendo conto di questa deduzione, dobbiamo ritenere che *l'ampiezza diurna periodica* al Monte Rosa sia piccola, forse minore di 2°, massima d'estate, minima d'inverno.

*L'ampiezza aperiodica* (differenze delle medie estreme) sarà probabilmente maggiore, intorno a 4° circa, e massima in primavera. Per quanto riguarda le *ore degli estremi* non si possono fare presagi. Al Sonnblick il *massimo* ritarda fin'anche le ore 15. All'Ontake (3055 m.) ed al Monte Bianco anticipa verso le ore 13. Il *minimo* al Sonnblick ed al Monte Bianco anticipa di poco sul sorgere del sole, ma in altri siti anticipa di molto. Anzi su varie vette (al Saentis, all'Obir Gipfel, all'Etna) si hanno due minimi, la notte, l'uno a mezzanotte e l'altro al sorgere del sole; ed anche nelle vette prime accennate, dove, nelle medie notturne compare un solo minimo, la tabella o la zona termografica di qualche notte singola, palesa lo sdoppiamento. La spiegazione del fenomeno è incerta ed è da augurare siano le osservazioni al Monte Rosa a far luce su questo vecchio e insoluto problema. A mostrare come questo primo minimo sia indipendente dall'irradiazione, aggiungiamo quanto segue: si sa che l'andamento termometrico, dopo il tramonto, nella massima parte dei luoghi è quello solito dell'irradiazione notturno, esprimibile colla

$$T = T_0 - Ab'$$

(1) Pubbl. del C. A. I., anno 1897 la prima osservazione, anno 1871 la seconda.

(2) J. Hann, Sitzungsber. der Wiener Akad. Bd. CIII, 1894.



essendo  $T$  la temperatura al tempo  $t$  dopo il tramonto,  $A$  la velocità di raffreddamento,  $b$  una costante eguale a 0,86 circa. Ora quando la minima occorre a mezzanotte, l'andamento nelle prime ore della notte accenna ad un raffreddamento più rapido, quasi altrettanto rapido come il riscaldamento di giorno. Di conseguenza la causa del raffreddamento non può considerarsi subordinata all'irradiazione, senza che in quelle circostanze venga a mutarsi la  $b$ , in contraddizione colla teoria che ne proclama l'indipendenza dalla temperatura, dalla densità dell'aria, ecc.

In quanto alle *escursioni diurne*, cadun giorno, gli esempî abbondano di escursioni non gran che minori della pianura. Addì 9 settembre 1896 alla punta Gnifetti il termometro da  $+3^{\circ}$  il giorno, andò a  $-7^{\circ}$  la notte (prof. Mosso). Addì 29 agosto 1892 al Sesiajoch a 4000 m. la temperatura passò rapidamente da  $+10^{\circ}$  a  $-10^{\circ}$  circa (comitiva Sella). Il 20 marzo 1899 alla Punta Roccia (3620 m.) all'improvviso alzarsi del vento, il termometro che era a  $0^{\circ}$  precipitò a  $-19^{\circ}$  (sigg. U. Valbusa e C. Grosso). Addì 7 gennaio 1899 al Gran Paradiso, ad un cambiar di vento, la temperatura scese da  $-5^{\circ}$  a  $-22^{\circ}$  (Ettore Quirico). Le relazioni alpinistiche dicono abbastanza delle fugaci condizioni termiche dell'alta montagna: lo stesso giorno ora si invocano gli equipaggiamenti invernali, ora il parasole e la bottiglia odorosa! Sono questi sbalzi di temperatura che rendono inadatte e pericolose al calcolo delle medie mensili le singole osservazioni termometriche fatte dagli alpinisti. E lo stesso materiale che a noi fu utile per un preventivo di temperatura, non sarebbe che materiale di scarto ove si fosse trattato della rigorosa investigazione dell'andamento termico a quell'altezza. A ciò si richiedono annate di osservazioni.

Per ventura, l'imminente assetto delle registrazioni termometriche continue al Monte Rosa, inizia la conoscenza delle più intime particolarità della termica delle alte vette. Sarà dopo ciò possibile ridurre per ogni stagione, la temperatura della vetta alla temperatura del libero spazio; così da permettere di introdurre nelle isoterme dell'alta atmosfera, i dati continui di una stazione ideale alla bella altezza di 4560 m.

**Fisica.** — *Sull'origine dell'energia emessa dai corpi radioattivi.* Nota di C. BONACINI, presentata dal Socio P. BLASERNA.

**Fisica.** — *Relazione fra l'indice di rifrazione e la densità dell'aria.* Nota di LUIGI MAGRI, presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

Queste Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

**Fisiologia.** — *Il ricambio respiratorio delle cavie alla pressione normale.* Nota del dott. ALBERTO AGGAZZOTTI <sup>(1)</sup>, presentata dal Socio A. Mosso <sup>(2)</sup>.

Assai numerose sono le esperienze già state fatte per studiare l'azione dell'aria rarefatta sul ricambio respiratorio, ciò non di meno le conclusioni a cui si è arrivati, sono assai poco concordanti. Ho creduto quindi cosa non priva di interesse, riprendere l'argomento e, approfittando della quarta spedizione fatta dal prof. Angelo Mosso sul Monte Rosa, studiare il ricambio respiratorio delle cavie, prima a Torino poi sull'alta montagna.

Alcuni degli sperimentatori che si occuparono dell'argomento preferirono esaminare l'azione dell'aria rarefatta sul ricambio respiratorio entro grandi campane pneumatiche, altri si portarono direttamente sulle alte montagne, altri fecero ascensioni aereostatiche.

Negli esperimenti dentro le campane pneumatiche e maggiormente nelle ascensioni aereostatiche, la rarefazione avviene troppo rapidamente, mentre la durata degli esperimenti è sempre troppo breve; di guisa che, come per primo fece notare Aron <sup>(3)</sup> l'organismo non avrebbe il tempo di reagire. Infatti anche A. Loewy, Y. Loewy e L. Zuntz <sup>(4)</sup> e così pure Jaquet e Stähelin <sup>(5)</sup>, dimostrarono come il ricambio nelle esperienze colla campana pneumatica si risenta dell'azione dell'aria rarefatta meno che sull'alta montagna.

Nelle ricerche fatte direttamente a grandi altezze, esistono ciò non di meno altri coefficienti che concorrono ad alterare la pura azione dell'aria rarefatta, per esempio la fatica, il cambiamento nel genere di vita, la diversità nell'alimentazione ecc., i cambiamenti di temperatura, la secchezza e l'elettricità dell'aria.

Ad alcuni di questi coefficienti è difficile e talora impossibile potersi sottrarre specialmente nelle esperienze sull'uomo. Perciò riprendendo questo argomento, mi parve più opportuno studiare l'azione dell'aria rarefatta sul ricambio respiratorio negli animali e dopo qualche giorno che essa aveva

(1) Lavoro eseguito nella quarta spedizione sul Monte Rosa diretta dal prof. Angelo Mosso.

(2) Presentata nella seduta del 10 aprile 1904.

(3) Aron, *Zur Ursache der Erkrankung in verdünnter Luft*. Festschr. Jul. Lazarus zu seinem 35 jähr. Jubil. gewidmet. Berlin 1899.

(4) A. Loewy, J. Loewy und Zuntz, *Ueber den Einfluss der verdünnten Luft und des Höhenclimas auf den Menschen*. Pfügers. Arch. 1897, pag. 476.

(5) A. Jaquet und R. Stähelin, *Stoffwechselversuch im Hochgebirge*. Arch. f. Experim. Pathol. und Pharmak. 1901, pag. 274.

agito, durante il perfetto riposo e mantenendo costante l'alimentazione e la temperatura.

Gli animali che scelsi furono le cavie; e di queste ne presi sei per le mie esperienze, che erano già adulte di quattro mesi circa e quasi uguali fra di loro per peso e per grandezza.

Prima di incominciare le esperienze a Torino, sottoposi gli animali per quindici giorni ad un'alimentazione sempre uguale di crusca, di pane e di fieno: perchè solo di queste sostanze secche avrei potuto poi disporre sul Monte Rosa. Naturalmente ebbi riguardo che non venisse mai a loro meno l'acqua, perchè con tale regime gli animali bevono molto.

Con questa alimentazione a Torino il peso delle cavie si mantenne pressapoco costante, infatti il peso medio non aumentò che di sette grammi, mentre, come vedremo al Monte Rosa, dopo venti giorni, il peso medio aumentò di grammi 23.

A Torino queste sei cavie venivano tenute al piano terreno del laboratorio, dove nel mese di luglio, la temperatura non sale mai sopra i 20° cent. Quivi la loro stalla era circoscritta ad un angolo della stanza, affinchè fossero obbligate a rimanere in riposo e perchè altrettanto ristretto doveva essere il posto riservato a loro nella Capanna Regina Margherita sul Monte Rosa.

Dopo quindici giorni che le cavie erano tenute al regime suddetto, incominciai la prima serie di ricerche sul ricambio respiratorio. Le esperienze si facevano nella camera dove stavano gli animali.

L'apparecchio (fig. 1) adoperato per queste esperienze, consiste in una campana di vetro rettangolare (A) sotto cui deve stare l'animale, lunga cent. 18, larga 10, alta 12. La campana è sostenuta da un piatto di zinco (B), in cui v'è un solco profondo un centimetro che si adatta perfettamente al suo bordo libero. Entro questo solco si versa acqua salata per chiudere ermeticamente. Nel piatto di zinco vi sono tre fori che corrispondono ai tre angoli della campana: di questi, uno (M) serve per l'entrata dell'aria, gli altri due (C e D) per l'uscita dell'aria respirata dall'animale. Uno di questi fori (D) è attraversato da un tubo di ottone che si apre nella parte alta della campana. Sotto al piatto, in corrispondenza dei fori C D, fanno capo due tubi di gomma (C' D') i quali mediante un tubo di vetro a T si riuniscono in un unico tubo (E). Questo tubo porta ad un sistema di due recipienti di zinco cilindrici (H H'), muniti di estremità coniche, uguali per capacità chiusi da robinetti (R' R'' R''' R''') a tenuta perfetta; i due recipienti sono riuniti fra di loro da un tubo di gomma a grossa parete, che a metà circa si allarga formando un piccolo pallone (G). Fra il tubo di gomma e ciascuno dei cilindri è intercalata una bolla di vetro; le due bolle sono di uguale capacità (F F') e portano ambedue un'intaccatura nella parte più larga.



Uno dei due cilindri è pieno fino all'imboccatura superiore di acqua salata; questa riempie anche la bolla (F) e tutto il tubo di gomma fino all'intaccatura dell'altra bolla (F').

Prima d'incominciare l'esperienza, il cilindro pieno viene fissato, mediante una fune, più in alto dell'altro cilindro vuoto.

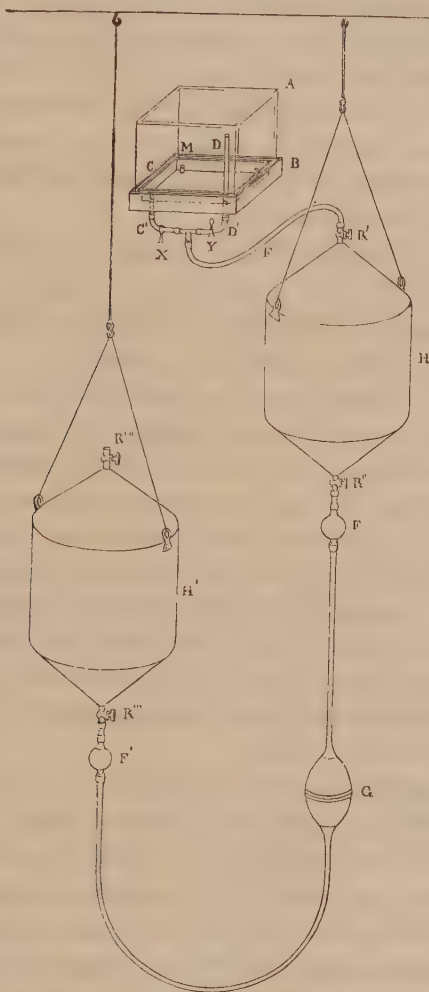


FIG. 1.

Al principio dell'esperienza i due cilindri non comunicano tra di loro essendo chiusi tanto il rubinetto R', quanto quello R''': ma quando dopo aver congiunto il tubo (E) al cilindro (H) e messo l'animale sotto alla campana si aprono i rubinetti R' e R''', l'acqua, essendo allora i vasi comunicanti, passa nel cilindro più basso e il cilindro H nello svuotarsi aspira dalla campana l'aria che in parte aveva servito alla respirazione dell'animale. Quest'aria non passa contemporaneamente dai due fori (C) e (D), ma ora dall'uno ora

dall'altro, restando l'uno o l'altro dei tubi di gomma comunicanti con detti fori chiuso da una pinza; i due tubi si aprono e chiudono alternativamente ad intervalli di uno o due minuti. Con questa manovra si è certi che l'aria aspirata nel cilindro non è solo quella di una parte della campana.

Non appena il cilindro (H) si è vuotato e l'acqua salata è arrivata col suo livello all'intaccatura della bolla F sottostante, si chiude rapidamente prima il rubinetto (R'') poi (R'); comprimendo la palla di gomma (G) si fa affiorare l'acqua all'imboccatura superiore del cilindro H' e si chiude il rubinetto R''''; indi si inverte il posto dei due cilindri e s'innesta il tubo E al cilindro H'. Allora, ristabilita la comunicazione, l'acqua ripassa dal cilindro H in H'. In questo tempo, si preleva un campione dell'aria contenuta nel cilindro H per sottoporla all'analisi.

Quando anche il cilindro H' si è svuotato e l'acqua è arrivata all'intaccatura della bolla F' chiudo i rubinetti R''' e R'''' e si interrompe la esperienza. Non rimane che prelevare un altro campione di aria dal cilindro H' unirlo al precedente, e fare l'analisi del miscuglio.

La manualità dell'esperimento era assai semplice e coll'aiuto di un inserviente non occorreva più di mezzo minuto per eseguirla. Il calibro di apertura dei cilindri era tale, che l'acqua ne usciva lentamente, così che tutta l'esperienza durava 28 m'. In ogni esperienza prendevo nota del peso dell'animale, della pressione atmosferica, della temperatura ambiente e della temperatura sotto alla capanna, quando incominciava e quando finiva l'esperienza mercè un piccolo termometro fissato perpendicolarmente all'estremo del tubo (D), in modo che esso restava nella parte alta della campana. Perchè l'aria nell'interno del cilindro non subisse l'influenza del calore che irradiava dalla superficie del corpo dello sperimentatore, i cilindri erano rivestiti da un grosso strato di cotone.

La capacità complessiva dei due cilindri era di cent. 25043 e poichè l'esperienza durava 28 m', sotto alla campana dove si trovava l'animale veniva ad esservi una ventilazione di c. c. 894,4 per minuto, quindi sufficiente per un animale del peso di 317 grammi in media.

L'analisi dell'aria veniva fatta subito, appena raccolti i campioni per mezzo di un apparecchio costruito dal dott. Giacomo Marro e come reagenti venivano usati la potassa caustica e l'acido pirogallico (1).

I risultati delle prime esperienze fatte a Torino sono riassunti nella tavola I.

(1) L'apparecchio per l'analisi dell'aria del dott. Marro doveva venir da lui descritto, ma per la morte improvvisa dell'autore la descrizione non è stata ancora pubblicata.

TAVOLA I.

Data	Pressione	Temperatura	Analisi dell'aria compressa		p. % di CO <sub>2</sub> elimin.	p. % di O <sub>2</sub> consum.	cm <sup>3</sup> di CO <sub>2</sub> elim. in 28'	cm <sup>3</sup> di O <sub>2</sub> consum. in 28'	Quoziente Respir.	cm <sup>3</sup> di CO <sub>2</sub> elim. in 1' — a 0° e 76 mm.	cm <sup>3</sup> di O <sub>2</sub> consum. in 1' — a 0° e 76 mm.	gr. di CO <sub>2</sub> elimin. per kilogramm-ora	gr. di O <sub>2</sub> consum. per kilogramm-ora	Peso dell'animale
			p. % di CO <sub>2</sub>	p. % di O <sub>2</sub>										
23 VII	745,5	21°	0,8475	19,8130	0,8175	1,1170	186,49	254,57	0,732	6,660	9,089	2,3657	2,3348	331
24 VII	745	21	0,5620	20,240	0,5820	0,690	121,27	157,26	0,711	4,330	5,613	1,8217	1,7077	282
26 VII	744,8	20	0,6898	20,0234	0,8598	0,9066	150,37	206,62	0,728	5,370	7,379	1,9910	1,9785	320
27 VII	745	20,5	0,6826	19,980	0,6526	0,950	148,73	216,51	0,687	5,312	7,732	1,8591	1,9569	339
28 VII	745,2	21	0,7153	19,9896	0,6853	0,9404	151,63	214,32	0,707	5,415	7,654	2,0526	2,0981	313
29 VII	745,8	21	0,7239	19,991	0,6939	0,9390	153,59	214,00	0,717	5,485	7,821	2,0529	2,1168	317
Medie . . . .			0,7035	20,0061	0,6735	0,9239	152,01	210,54	0,723	5,428	7,548	2,0238	2,0321	317

Dalla tavola I risulta che p. es. nella prima esperienza l'aria passata sotto alla campana in 28 minuti conteneva 0,8475 % di acido carbonico, e 19,8130 % di ossigeno, e poichè nell'aria v'era in precedenza 0,03 % di acido carbonico, e 20,93 % di ossigeno, la differenza, cioè l'acido carbonico contenuto in più nell'aria era di 0,8175 % mentre l'ossigeno in meno era di 1,1170 %.

Poichè i 25043 cm<sup>3</sup>. di aria passati sotto alla campana a Torino, dove la pressione era di 745 mm. e la temperatura 21°, riportati alla pressione di 760 mm. e a 0° gr. si riducono a 22791 cm<sup>3</sup>., avremo che l'animale in 28 m' avrà eliminato cm<sup>3</sup>.  $\frac{0,8175 \cdot 22791}{100}$  di acido carbonico cioè cm<sup>3</sup>. 186,49 e avrà consumato cm<sup>3</sup>.  $\frac{1,1170 \cdot 22791}{100}$  di ossigeno, cioè cm<sup>3</sup>. 254,57.

Il quoziente respiratorio di quel porcellino sarà  $\frac{186,57}{254,57} = 0,732$ .

Ogni minuto l'animale viene ad avere eliminato cm<sup>3</sup>. 6,660 di acido carbonico e consumato cm<sup>3</sup>. 9,089 di ossigeno.

Facendo ora il rapporto fra i cm<sup>3</sup> di CO<sub>2</sub> e O<sub>2</sub> rispettivamente eliminati e consumati durante 1 m' e il peso dell'animale, noi avremo per l'acido carbonico  $\frac{6,660}{334} = \text{cm}^3 0,019940$  e per l'ossigeno  $\frac{9,089}{334} = \text{cm}^3 0,027210$  che



corrispondono alla quantità di  $\text{CO}_2$  e  $\text{O}_2$  eliminato e consumato per ogni grammo dell'animale e in un minuto; per ogni Kg. dell'animale e in 60 m'. noi avremo quindi  $\text{cm}^3 0,019940 \times 1000 \times 60 = \text{cm}^3 1196,4$  di  $\text{CO}_2$  e  $0,027210 \times 1000 \times 60 = \text{cm}^3 1622,7$  di  $\text{O}_2$ . Moltiplichiamo ora questi dati rispettivamente per il peso di un  $\text{cm}^3$  di  $\text{CO}_2$  e di  $\text{O}_2$  e avremo:  $\text{cm}^3. 1196,4 \times \text{gr. } 0,0019774 = \text{gr. } 2,0235$  peso dell'acido carbonico eliminato per Kilogramm-ora e  $\text{cm}^3. 1632,6 \times 0,00143 = \text{gr. } 2,032$  peso dell'ossigeno consumato pure per Kilogramm-ora.

**Fisiologia.** — *Sulla natura chimica dell'istone e sui proteidi dai quali esso viene estratto* <sup>(1)</sup>. Nota del dott. CARLO FOÀ, presentata dal Socio A. Mosso.

L'istone viene generalmente classificato fra le proteine vere insieme colle albumine, colle globuline ecc., ed un tal posto occupa appunto nel libro del Conheim sulle sostanze proteiche <sup>(2)</sup> e nel *Trattato di chimica fisiologica* del Bottazzi. Però quest'ultimo Autore soggiunge in un altro punto del suo Trattato (vol. I, pag. 241) che l'istone « potrebbe costituire un corpo di passaggio dalle proteine coagulabili ai proteosi ». Ponendo mente alla rassomiglianza grande che vi è tra alcune reazioni dell'istone ed alcune delle acidalbumine, dei proteosi e dei peptoni, e considerando che l'istone è ottenuto facendo agire sul nucleoproteide l'acido cloridrico diluito, il quale come è noto è capace di trasformare in acidalbumina le albumine vere, volli esaminare più da vicino i rapporti che eventualmente esistessero fra l'istone ed i prodotti della digestione cloridrica, e peptocloridrica delle albumine vere, per meglio identificare la posizione che all'istone compete nella classificazione generale delle sostanze proteiche.

La tabella che segue racchiude le principali reazioni delle sostanze, fra le quali volli stabilire il confronto, e venne costruita in parte su ricerche personali, in parte su dati conosciuti.

<sup>(1)</sup> Lavoro eseguito nell'Istituto di fisiologia della R. Università di Torino.

<sup>(2)</sup> Conheim, *Chemie des Eiweisskörper*. Braunschweig, 1900.

Sostanza	Comportamento al calore	Reazione del biuret	Ammoniaca	Acido nitrico	Solfato d'ammonio	Comportamento con soluzioni di sostanze proteiche	Reagenti <i>neutri</i> degli alcaloidi (2)
Istone	Non coagula in assenza di sali, la soluzione neutra coagula in presenza di sali.	Violetto	Precipitato che non si ridiscioglie in eccesso, se vi è presente $\text{NH}_4\text{Cl}$ .	Precipita a freddo e si ridiscioglie a caldo.	Precipita a saturazione.	Dà un precipitato	Precipita
Acidalbumina	Non coagula	Violetto	Precipitato che non si ridiscioglie in eccesso.	Precipitato che non si scioglie a caldo.	Precipita con minime quantità di sale.	Non precipita	—
Protoalbumoso	Non coagula	Rosa	Precipita	Precipita a freddo e si ridiscioglie a caldo.	Precipita	Precipitato meno che coll'ovalbumina.	Precipita
Deuteroalbumoso	Non coagula	Rosa	Non precipita	Identica reazione del protoalbumoso in presenza di sali.	Precipita	—	Non precipita
Eteroalbumoso	Non coagula	Rosa	Non precipita	Precipita a freddo e si discioglie a caldo.	Precipita	—	Non precipita
Peptone	Non coagula	Rosa	Non precipita	Non precipita, ma in condizioni speciali (Bang) dà la reazione come l'istone.	Non precipita	Contiene sostanze che precipitano l'albumina (1).	Precipita (Bang). In soluz. acida non precipita col ferrocloruro potassico.
Ovoproteine	Coagulano	Violetto	Non precipita	Precipitato che non si discioglie a caldo.	Precipitano fra 6, 4 e 9.	—	Precipitano solo in soluzione acida.

(1) Kutscher, Zeit. f. Physiol. Ch. XXIII.

(2) Si intende che le sostanze da provarsi con questi reagenti vanno usate in reazione neutra.

Uno sguardo a questa tabella basta a far capire quanto numerose siano le reazioni che l'istone ha in comune colle acidalbumine, coi proteosi, e coi peptoni. Esso ha in comune coll'acidalbumina la reazione dell'ammoniaca, la reazione del biureto, il comportamento al calore, cogli albumosi e con certi peptoni, la reazione dell'acido nitrico, il comportamento con soluzioni di sostanze proteiche e verso i reagenti neutri degli alcaloidi. Nessuna quindi delle reazioni che vennero dette proprie dell'istone gli sono esclusive, e già il Bang aveva notato, ad esempio, che la reazione dell'ammoniaca e coi sali di ammonio non era punto caratteristica dell'istone perchè l'acidalbumina ottenuto dalla fibrina presentava lo stesso comportamento verso questi reagenti. Il Bang stesso in un altro punto del suo lavoro (loc. cit, pag. 473) osserva che la reazione coll'ammoniaca e coll'acido nitrico è comune all'istone di timo ed al parapeptone di Meissner, cosicchè in causa di queste due reazioni l'istone di timo non differisce dal parapeptone più che non differisce da un'altra specie di istone: lo scombrone. È quindi molto probabile, per non dir certo, che l'istone altro non sia se non un prodotto di digestione di una proteina che sta normalmente legata alla nucleina per formare il nucleoproteide, e che esso si produca per l'azione dell'acido cloridrico su questa proteina, costituendo un prodotto analogo alle acidalbumine. Il Kossel che per primo caratterizzò il nuovo corpo e gli diede il nome di istone, intitolò il suo lavoro: *Ueber einen peptonartigen Bestandtheil des Zellkerus*, ed appunto nella categoria dei prodotti di digestione delle sostanze proteiche esso va classificato, od almeno fra le proteine denaturate, non già fra le albumine vere di cui esso non è che un derivato.

Il Lilienfeld si pone la questione se l'istone non sia per caso un prodotto artificiale dovuto all'azione dell'acido cloridrico ma risponde che egli non lo crede perchè « *erstens: ist an Gewinnung von Substanzen aus den thierischen Organismus ohne chemische Reagentien nicht zu denken, und zweitens ist das Histon al Base an eine verhältnissmassig starke saure — das Nuclein — gebunden* ». Nè l'una, nè l'altra di queste ragioni portano un grande appoggio all'ipotesi che l'istone sia preformato e non sia un prodotto artificiale, poichè se il reagente che si usa per ottenerlo è tale che notoriamente trasforma e denatura le proteine, è pur logico di ammettere che esso non lasci inalterata la proteina che è unita all'acido nucleinico e la trasforma nella speciale acidalbumina a cui si diede il nome di istone. È chiaro perciò che l'azione dell'acido cloridrico sul nucleoproteide non sarebbe paragonabile a quella di un acido sopra un sale. Aggiungerò incidentalmente, perchè di quest'argomento mi occuperò più estesamente in un altro lavoro, che considerando l'istone non come un normale costituente cellulare, ma come un prodotto artificiale, cade l'ipotesi di Lilienfeld intorno a vari fenomeni riguardanti la coagulazione del sangue.



È noto che l'istone iniettato su circolo rende il sangue incoagulabile, e su questo fatto si basava il Lilienfeld per supporre che la fluidità normale del sangue fosse dovuta all'istone continuamente originato dallo sfacelo dei leucociti, e cercava pure di spiegare la incoagulabilità del sangue che si ottiene per iniezione endovenosa di piccole quantità di nucleoistone (fase negativa), ammettendo che questo si scindesse in nucleina ed istone, e che mentre la prima sarebbe fissata dal fegato, l'istone impartisse al sangue la proprietà di non coagulare. È chiaro che una tale ipotesi dopo le conclusioni suesposte perde ogni valore, perchè non è ammissibile che l'istone venga come tale a formarsi nell'organismo, in assenza completa delle cause che lo producono *in vitro*. Per la stessa ragione perde pure ogni valore la ipotesi di Delezenne che la fase negativa sia dovuta all'istone che i leucociti del sangue libererebbero in seguito all'azione combinata del fegato e del nucleoproteide iniettato. Le proprietà anticoagulanti dell'istone iniettato in circolo ci forniscono piuttosto un nuovo dato, per avvicinare l'istone ai prodotti di digestione delle sostanze proteiche di cui è nota la spiccata azione anticoagulante.

In una Nota precedente sui nucleoproteidi<sup>(1)</sup> mi sono chiesto quale sarebbe la denominazione più conveniente per i proteidi dai quali è possibile ricavare un istone, e soggiunsi che parebbe logico di chiamarli « nucleoistoni », ma che questo nome sottintenderebbe che l'istone fosse un costituente normale e preesistente del proteide stesso. Avendo portato degli argomenti i quali provano, secondo me, che l'istone deve essere invece considerato come un prodotto artificiale, e che all'acido nucleinico sono legate una o forse due proteine vere, non potremo più ritenere conveniente per questo composto il nome di nucleoistone, ma dovremo piuttosto racchiudere sotto il nome di *nucleoproteidi* tutti quei corpi che si dicevano indifferentemente nucleoproteidi o nucleoistoni, abolendo del tutto quest'ultima denominazione, ed attribuendo il nome di istone alla proteina del nucleoproteide, denaturata dall'acido cloridrico.

Dopo di aver dimostrato che l'istone si avvicina per molte reazioni ai prodotti di digestione peptica delle proteine, volli ricercare se sottoponendolo non più soltanto all'azione dell'acido cloridrico diluito, ma alla digestione pepto-cloridrica, non fosse possibile trasformare l'istone in un prodotto più avanzato della digestione, cioè in proteosi o peptone. È noto che sottoponendo i nucleoproteidi alla digestione peptica si ottengono dei proteosi e dei peptoni che sono certamente dovuti alla digestione delle proteine legate all'acido nucleinico. Il Bang, sottoponendo dell'istone di timo alla digestione

(<sup>1</sup>) Foà C., *Ricerche sui nucleoproteidi e sui loro prodotti di scissione*. Rendiconti R. Accad. Lincei.

peptica, ottenne di trasformarlo in una sostanza che non dava più tutte le reazioni dell'istone, e che posta a dializzare permetteva di scoprire nel dialisato una sostanza proteica che dava la reazione del biureto. Il Bang non dice se questa reazione desse un color violetto, o quello rosa dei proteosi e dei peptoni, ma si può supporre che si avesse a che fare realmente con questi ultimi corpi, se si pensa che essi dializzano con grande facilità.

Schulz <sup>(1)</sup> ponendo a digerire della globina (che è una specie di istone) ottenne una soluzione di una sostanza che non precipitava più con ferrocianuro di potassio, nè con solfato d'ammonio, che dava la reazione del biureto in rosa, e che perciò poteva considerarsi come peptone.

Infine debbo ancora ricordare alcune recenti esperienze del Bottazzi <sup>(2)</sup> secondo le quali per autolisi dei nucleoproteidi si ottengono dei proteosi. A queste ricerche avrei voluto aggiungerne qualcuna per studiare più esattamente tutti i prodotti intermedi che fosse possibile di ricavare dalla digestione peptica dell'istone, ma dovetti rinunciare per ora a quest'idea in causa della difficoltà di procurarmi forti quantità di istone.

Feci dunque una sola esperienza ponendo a digerire sei grammi di istone di timo in pepsina e acido cloridrico, essendomi prima assicurato dell'attività e della purezza della pepsina che usavo.

Le proprietà dei proteosi e dei peptoni delle quali mi valse per constatare se l'istone si fosse trasformato in questi corpi, sono le seguenti: L'istone ed i proteosi primari sono precipitati dal ferrocianuro di potassio e dall'ammoniaca, i secondari ed i peptoni no. L'istone ed i proteosi sono precipitati dal solfato d'ammonio in soluzione satura, i peptoni no. I proteosi ed i peptoni danno la reazione del biureto in rosa, l'istone la dà in violetto.

L'esperienza viene fatta ponendo a digerire sei grammi di istone di timo per 48 ore in una miscela di pepsina e acido cloridrico al 0,3 % tenuta a circa 38° in termostato.

Terminata la digestione, la soluzione viene filtrata e su di essa si provano le suddette reazioni. Con ferrocianuro di potassio e con ammoniaca ottengo un precipitato che, come dicemmo, non ci permetterebbe di sapere se si tratti di istone oppure di proteosi primari, senonchè il color rosa che si ottiene colla reazione del biureto ci dice che l'istone è scomparso e si sono formati dei proteosi.

Volendo provare se si trovino presenti anche dei peptoni, aggiungo alla soluzione del solfato d'ammonio in sostanza, fino a saturazione, ed ottengo così un abbondante precipitato di proteosi. Filtro, e nel filtrato posso accertare la presenza di peptoni perchè esso dà colla reazione del biureto un bel color rosa.

(1) Schulz, *Die Eiweisskörper des Haemoglobins*. Zeit. f. Physiol. Ch. 24. p. 449.

(2) Bottazzi F., *Esperimenti di autodigestione in soluzione di proteidi epatici*. R. Accad. Medica di Genova, 1903.

Possiamo dunque concludere che per una digestione peptocloridrica dell'istone di timo della durata di 48 ore, l'istone vien trasformato in parte in proteosi, in parte in peptone.

*Ricerche sui proteidi dei globuli rossi.*

Le prime ricerche su questo argomento vennero eseguite da Plötz <sup>(1)</sup> e da Kossel <sup>(2)</sup> sui globuli rossi nucleati di oca nei quali venne dimostrata la esistenza di una nucleina e di un istone. Halliburton und Friend <sup>(3)</sup> studiarono la composizione degli stromi dei corpuscoli rossi anucleati centrifugandoli e lavandoli dal loro siero con soluzione fisiologica di cloruro sodico. Ottenuta la poltiglia corpuscolare quasi totalmente isolata dal siero distruggevano i globuli rossi con acqua distillata, e precipitavano gli stromi col metodo di Woldridge che consiste nell'aggiungere poche gocce di una soluzione di solfato acido di sodio.

Gli Autori non si dissimulano che con un tal metodo non si precipitano gli stromi inalterati, ma più probabilmente i loro costituenti chimici, forse anche mescolati con qualche altra sostanza; ma fecero tuttavia oggetto delle loro ricerche il precipitato così ottenuto, e da una prima serie di esperienze credettero poter dedurre che la sostanza prevalente in quel precipitato fosse una globulina. Più tardi riprendendo l'argomento Halliburton <sup>(4)</sup> stesso modifica queste prime conclusioni, e identifica la sua globulina con un nucleoproteide dal quale potè ottenere una nucleina.

Fu per istudiare più da vicino questo nucleoproteide, che feci qualche esperienza sui corpuscoli rossi anucleati del sangue di cavallo, e cercai soprattutto se non fosse possibile anche da questi ricavare un istone, così da poter riunire il nucleoproteide di globuli rossi a quelli delle altre cellule che studiammo più sopra. Conviene ricordare che l'emoglobina sarebbe costituita secondo le ricerche di Schulz <sup>(5)</sup> da ematina e da globina e che questo ultimo corpo ottenuto dall'emoglobina per mezzo dell'acido cloridrico al 0,8 % ha tutti i caratteri di un istone. Era perciò necessario di assicurarsi che gli stromi dei corpuscoli rossi che venivano analizzati, non contenessero più traccia d'emoglobina per non incorrere in errore nell'apprezzamento dei risultati.

Il metodo usato per queste ricerche si può così riassumere: Il sangue defibrinato e filtrato attraverso tela, veniva lungamente centrifugato in un tubo terminante al fondo con un rubinetto dal quale veniva poi lasciata fuoriuscire goccia a goccia la poltiglia dei globuli rossi, mentre nella parte

(1) Plötz, *Hoppe seyley's Med. Chem. Untersuch.*, pag. 441, 1870.

(2) Kossel, *Zeitsch. f. Physich. Ch*, Bd. 8.

(3) Halliburton and Friend, *Journ. of. Physiol.* 10, pag. 532.

(4) Halliburton, *Nucleoproteids. Journal of. Physiol.* 18, pag. 306, 1895.

(5) Schulz, loc. cit.



alta del tubo rimanevano i corpuscoli bianchi ed il siero. La poltiglia corpuscolare veniva lavata dal siero rimastole aderente, aggiungendo una quantità presso a poco uguale di soluzione di cloruro sodico all'1 %, e poi centrifugando, e ripetendo per 4-5 volte questa operazione fino a che la soluzione sovrastante ai globuli fosse limpida ed incolora. Questa prima parte esigeva in media due giorni di tempo, e perciò il sangue veniva lasciato in ghiaccio per tutto il tempo in cui non era sottoposto ad alcuna lavorazione. Travasavo poi in un solo recipiente la poltiglia corpuscolare lavata, e distruggevo i globuli rossi aggiungendo un ugual volume di acqua distillata e qualche goccia di etere. Distrutti così i corpuscoli rossi ottenevo gli stromi in due modi diversi. Centrifugando per 5-6 ore il liquido ottenuto dalla lavatura dei corpuscoli ottenevo un sedimento non molto abbondante di stromi, che venivano poi ripetutamente lavati con soluzione fisiologica, e centrifugati, per liberarli dall'emoglobina. La piccola massa di stromi così completamente decolorata veniva raccolta sopra un doppio filtro di carta, e poi sottoposta alla digestione cloridrica. Per ottenere un precipitato più abbondante sebbene meno garantito per la sua purezza, usavo il metodo di Woldridge. Aggiungevo cioè al liquido di lavatura poche gocce di una soluzione di solfato acido di sodio, ed ottenevo un precipitato che poi liberavo dall'emoglobina con successive lavature e centrifugazioni.

Messe a digerire in acido cloridrico al 0,8 % le poltiglie degli stromi ottenute coll'un metodo o coll'altro, e lasciatevele per 24 ore, filtravo, e nel filtrato ricercavo l'istone.

Credo inutile di riferire partitamente l'andamento delle singole reazioni eseguite perchè esse vennero più sopra descritte minutamente. Dirò soltanto che la reazione coll'ammoniaca, quella coll'acido nitrico, e coi reagenti degli alcaloidi in soluzione neutra, la reazione del biureto e il comportamento al calore, mi assicurarono trattarsi di istone, e posso quindi concludere che è possibile ricavare questa sostanza dagli stromi dei corpuscoli rossi anucleati, sottoponendoli all'azione dell'acido cloridrico diluito.

#### *Sulla localizzazione dei proteidi nella cellula.*

Non mi pare fuor di luogo il fissare l'attenzione sul fatto che dai globuli rossi *anucleati* si sia potuto isolare una nucleina ed un istone, perchè scorrendo la letteratura riguardante i nucleoproteidi si nota che essi vennero generalmente considerati come costituenti del nucleo cellulare, forse per suggestione delle prime esperienze di Miescher, di Plötz e di Kossel, i quali ne ricercarono i costituenti nei nuclei dei globuli rossi di uccello.

Ma la distinzione che gli Autori fecero fra i proteidi del citoplasma e quelli del nucleo andò più oltre ancora, e già il Lilienfeld <sup>(1)</sup> quando lo

(1) Lilienfeld, Zeit. f. Physiol. Chemie. 18, pag. 473.

stabilire una differenza fra nucleoproteidi e nucleioistoni era, come vedemmo, tutt'altro che legittimato dalle analisi, parlava di un nucleoproteide del citoplasma, e di un nucleioistone del nucleo, senza però portare alcun argomento che legittimasse una così netta ed importante localizzazione delle due sostanze.

Più tardi Huiskamp, ammettendo di aver stabilito una sicura differenza fra nucleioistoni e nucleoproteidi, credette poter localizzare i primi nel nucleo cellulare, i secondi nel citoplasma in base alle seguenti considerazioni: 1° Dal timo, nelle cui cellule la massa del nucleo prevale su quella del citoplasma, il nucleioistone che si può estrarre è più abbondante che il nucleoproteide. 2° Il cloruro di calcio, che precipita in vitro il nucleioistone ha pure una azione sui nuclei di cui precipita in forma di minute granulazioni le sostanze proteiche. 3° Con una breve estrazione acquosa dell'organo, colla quale presumibilmente si intacca soltanto il citoplasma, e non si giunge a distruggere il nucleo, non si riesce ad estrarre che quantità minime di nucleioistone mentre è abbondante il precipitato di nucleoproteide.

Lavorando sui proteidi cellulari col metodo di Huiskamp, io non potei confermare che le cose fossero così schematiche come Huiskamp le ha ritenute, poichè non notai una grande differenza fra le quantità relative di nucleoproteide e di nucleioistone che è possibile di ricavare da varî organi, sia che in essi fosse predominante la massa dei nuclei o quella del citoplasma (fegato, timo, rene). Nè potei confermare che l'azione microchimica del cloruro di calcio fosse elettiva per il nucleo piuttostochè per il citoplasma, poichè anzi, data la non isosmoticità delle soluzioni di cloruro di calcio adoperate (0,1 — 0,5 %), il citoplasma ne veniva sempre molto alterato. Non mi pare si possa, in ogni modo, seriamente parlare di elettività microchimiche di questo genere, quando si studino cellule a forma stabile e non dotate di movimento, nelle quali perciò le uniche alterazioni che appaiono e che non sono sempre bene apprezzabili, sono un lieve intorbidamento del protoplasma, o la formazione in esso di piccoli granuli. Vista così la poca importanza degli argomenti portati per localizzare le sostanze proteiche in questione, nelle varie parti della cellula, visto che esse furono estratte ugualmente da cellule aventi nucleo, e da altre che ne sono prive, e ricordando soprattutto che non è possibile considerare i nucleoproteidi ed i nucleioistoni come due sostanze distinte, mi pare sia affatto prematuro lo stabilire che esistano sostanze isolabili dal nucleo, e non dal citoplasma o viceversa. Aggiungerò che i metodi finora impiegati per l'estrazione di queste sostanze sono tali che tutto l'organo viene uniformemente attaccato, come avviene ad esempio facendone un estratto acquoso, e che tali metodi sono perciò inadatti allo studio particolareggiato dei proteidi cellulari. Nè le osservazioni microchimiche ci forniscono finora dei dati migliori, sia che si considerino le colorazioni elettive con colori basici, acidi o neutri, di cui ben poco è a

fidarsi dopo le ricerche del Fischer e di altri che ne dimostrarono la incertezza, sia che si consideri la localizzazione microchimica del fosforo, per lo studio della quale non possediamo mezzi sicuri, almeno per ciò che riguarda i tessuti animali (<sup>1</sup>). La importante questione dei rapporti esistenti fra la composizione chimica del nucleo e quella del citoplasma resta pertanto non risolta, ed occorreranno forse mezzi più delicati di quelli che ora possediamo per avvicinarci a risolverla.

**Chimica biologica.** — *Sulla decomposizione di sali del tellurio per opera dei microrganismi.* Nota del prof. B. GOSIO, presentata dal Socio E. PATERNO.

Ad ulteriore sviluppo degli studî sulla biologia degli arsenio-miceti, oltre che della loro azione sui composti d'arsenico, sto da qualche tempo occupandomi di un'altra azione, che oggidì ha acquistato una certa importanza per gli eventuali equivoci, a cui può dar luogo: voglio alludere al loro modo di comportarsi, quando vivono a contatto di sali di tellurio. In reità gli equivoci sono del tutto effimeri, poichè fra arsenio-reazione e tellurio-reazione esistono differenze profonde e di prontissimo riconoscimento: così il numero dei composti trasformabili dagli ifomiceti mi risulta, pel tellurio, anche più ristretto di quanto da altri venne affermato (<sup>2</sup>); per contro, dato un sale trasformabile, numerosissime sono le specie ifomicetiche atte alla trasformazione: sperimentando su una copiosa raccolta di specie e varietà, non ebbi finora alcuna eccezione: il fenomeno si estrinseca bensì con diversa intensità; ma, in sostanza è sempre apprezzabile, e sarei inclinato a ritenerlo come un carattere normale della vita ifomicetica. Per l'arsenico, invece, si osservano precisamente i fatti opposti: tutti i corpi arsenicali sono trasformabili e molto ristretto è poi il numero degli ifomiceti che si rivelano a questo compito idonei. Inoltre, parmi interessante la constatazione da me fatta, che l'arsenio-reazione ifomicetica è un fenomeno relativamente lento e tardo a manifestarsi anche ai sensi: pur ammesse le più favorevoli condizioni dei preparati, è difficile apprezzarla prima di 15-20 minuti: in molti casi bisogna attendere anche un'ora e più. La tellurio-reazione, invece, si svolge prontissima: in condizioni favorevoli si rende manifesta all'olfatto già in due o tre minuti (<sup>3</sup>).

(<sup>1</sup>) Cfr. Heine, Zeit. f. Physiol. Ch. Bd. 22 s. 132.

(<sup>2</sup>) Per quanto si è già fatto al riguardo, vedansi le pubblicazioni di Maassen (Arb. Kais. Ges., Berlin, vol. 18); Maggiore (Boll. Soc. med., Modena, anno V, fasc. 1°); Segale (Arch. scienze med., vol. XXVII, n. 15).

(<sup>3</sup>) Circa la metodica della reazione, rimando al mio lavoro: *Ricerche ulteriori sulla biologia e chimismo delle arseniomuffe*, Poliel., vol. VII, 1900.



Ma sulla totalità delle esperienze fatte allo speciale riguardo della differenza fra arsenio-bio-reazione e tellurio-bio-reazione, mi riservo di diffondermi in seguito. Per intanto credo utile richiamare, a parte, l'interesse circa un fenomeno, che si rivela quando la vita microorganica si compie a contatto di taluni componenti di tellurio. Oltre alla classe degli ifomiceti, considero qui anche gli altri microrganismi, soprattutto gli schizomiceti, che sperimentai in grande numero. Il fenomeno, che si rivela all'occhio, spesso già in poche ore, è un annerimento del substrato contenente i germi. A seconda della qualità dei germi, del grado di vitalità (culture più o meno giovani) e anche della quantità di tellurio che (sempre nei limiti di tolleranza) si espone al loro lavoro, si può avere un colore brunastro o bruno verdastro, oppure nero deciso; talora spicca anche una tinta violacea diffusa od a chiazze. Nei substrati liquidi può aversi o la tinta uniforme, od anche una copiosa precipitazione in nero: in quelli solidi ogni punto di sviluppo dei germi diventa sede di una decomposizione del sale di tellurio e spesso ciò avviene con tanta esattezza e regolarità da poter assicurare che ogni area annerita corrisponde a zooglee di germi, che hanno vissuto.

Detto comportamento, di fronte all'energia batterica, è comune a tutti i composti di tellurio?

Qui io mi limito per ora a considerare i telluriti alcalini ed in ispecial modo il tellurito potassico:  $\text{Te O}^3\text{K}^2$  (soluz. alcalina per KOH). Questo è il sale che mi servì nelle mie ricerche. Non intendo neanche estendere la nozione a tutti i telluriti, perchè non ebbi la possibilità di sperimentarli tutti: intendo però fare esclusione o per lo meno molte riserve sui sali in cui il tellurio funziona come base. questi composti mi risultano resistere molto di più all'azione dei germi e, come non sono trasformabili in gas dagli ifomiceti, ciò che dimostrerò in altra occasione, così e dagli ifomiceti e dagli altri microorganismi da me finora sperimentati non vengono fatti segno alla decomposizione oggetto della presente Nota, mentre nel modo più deciso essa può verificarsi pel tellurito di potassio. A ciò affermare mi servono di fondamento le ripetute prove fatte col nitrato basico di tellurio ed ho motivo per ritenere, che anche altri sali basici si comportino come il nitrato. Se qualche eccezione si può fare, ciò può dipendere dalla difficoltà pratica di mantenere integra la molecola del sale basico; ed avvenendo ulteriori trasformazioni chimiche, ognuno comprende, che cambiano i termini e quindi anche i criteri di giudizio.

Sono i germi tutti capaci della reazione sui telluriti, di cui qui è parola?

Le prime indagini da me compiute riflettono il caso degli ifomiceti poichè, come già dissi, l'osservazione ha origine dallo studio dell'azione degli

ifomiceti sul tellurio in confronto dell'arsenico. Una raccolta di 183 esemplari (fra specie e varietà di muffe) si comportò sostanzialmente nello stesso modo col tellurito potassico, sia che la soluzione di questo sale si addizionasse in dose tollerabile al terreno nutritivo, prima dell'innesto, o, meglio, se una goccia del liquido venisse posta sul micelio già in progresso di sviluppo. Gli ifi, soprattutto nel loro punto di contatto col tellurito, si tingono in bruno nerastro o violaceo e la colorazione è persistente ed in piccola parte apparisce anche diffusibile nel substrato nutrizio. Per le specie, che si pigmentano sporificando, il colore si modifica a seconda dei vari colori dei conidi <sup>(1)</sup>.

Le prove fatte cogli schizomiceti ebbero, in complesso, un esito analogo. I batteri, su cui, finora, ebbi campo di sperimentare sono questi:

B. del tifo; b. coli (4 provenienze); b. dissenterico (3 provenienze); b. difterico; b. pseudo-difterico (2 provenienze); b. della tubercolosi umana, bovina ed aviaria; b. della peste bubbonica; b. della morva; b. del colera asiatico; b. del carbonchio ematico; b. *suisepcticus*; b. del colera dei polli; b. dell'edema maligno; b. del carbonchio sintomatico; b. piociano; b. sinciano; b. prodigioso; b. cuboniano; b. *aquatilis*; b. *luteus*; b. *fluorescens liquefaciens*; b. *mesentericus vulgatus*; b. *megaterio*; b. fosforescente (2 varietà); b. violaceo; b. dell'ac. lattico; *sarcina lutea*; *sarcina alba*; *sarcina aurantiaca*; *staphilococco piog. aureo*, *staphilococco piog. albo*, *staphilococco piog. cereo*; *streptococco dell'adenite equina*; uno *streptococco* isolato dalle feci di un cavallo; un *blastomiceta* isolato dall'aria; *saccaromices elipsoideus*; *streptotrix* Eppinger; *strept. odorifera*; *bothritis Bassiana* ed *Achorion Schoenlenii*. Devo aggiungere 38 specie batteriche isolate da acque potabili e non ancora ben identificate ed altre 20 specie isolate da vari campioni di seme bachi, del cui studio batteriologico si sta occupando il dott. Giorgi di questo laboratorio.

Orbene, tranne rare eccezioni, su cui cade anche il dubbio, che non sia stato possibile lo sviluppo del germe per un'eccessiva sensibilità verso il composto telluroso, il quale agisce come un antisettico (*saccaromices elips.*, b. del carbonchio sintomatico ed *Achorion*) tutte le culture dei suddetti microrganismi, in presenza del tellurito potassico, diedero luogo ad un annerimento più o meno pronunciato, che, in molti casi, a poco a poco si convertì (terreni liquidi) in un vero deposito nerastro in fondo ai tubi.

Le prove furono fatte con una soluzione alcalina di tellurito potassico all'1,5‰: di essa aggiungevo una o due gocce a tubi di brodo in cui coltivavo i vari germi, ovvero distendevo la medesima dose in tubi d'agar a striscio. In parecchi casi aggiungevo il sale di tellurio al terreno culturale, prima dell'innesto; in altri casi attendevo lo sviluppo del germe e quindi

(1) A questa categoria di reazioni cromatiche deve appartenere quella recentemente accennata da Segale (v. loc. cit.) facendo cadere alcune gocce di soluz. tellurica sul penic. brev. vegetante rigogliosamente.

vi mettevo a contatto la sostanza. Agendo in questa seconda maniera, si ha molto maggior probabilità di render deciso e sollecito il fenomeno; laddove, nell'altra maniera, si pone troppo a cimento la varia sensibilità dei germi di fronte al tellurito. Succede infatti per taluni microrganismi (ad es. pel vibrione colerico, b. del carbonchio e colera dei polli) che, a cultura sviluppata e giovane, la trasformazione del tellurito è evidentissima e pronta, mentre a coltura incipiente essa è tarda ed incerta. Questa osservazione porta alla conseguenza, che di vari microrganismi cimentati colla stessa quantità sia pur tollerabile, di tellurito potassico, alcuni spiegano un'energia maggiore con reazione colorata sollecita ed evidentissima, altri invece ritardano e sono meno decisi in questo comportamento. Ad ogni modo le numerose prove autorizzano a ritenere che si tratti di una legge biologica, che soffre poche eccezioni, le quali eccezioni sono poi anche da sottoporre ad un'ulteriore critica sperimentale.

Come già osservai per gli ifomiceti, così anche per gli altri microorganismi, la sede principale, in cui si rileva il fenomeno colorato, è il corpo cellulare stesso. Abbiassi un batterio immobile, ad esempio il b. anthracis o il b. della peste bubbonica o uno streptococco piogene: facciassi uno di questi germi sviluppare in brodo e, ciò ottenuto, depongasi la quantità tollerabile di tellurito nella cultura con pipetta affilata e senza scosse: dopo una breve sosta in termostato, è possibile osservare le zooglee batteriche tinte in bruno, mentre gli strati liquidi soprastanti risultano perfettamente limpidi ed incolori. Pei germi mobili, invece, anche dopo deposizione delle zooglee annerite, è dato osservare una tinta uniforme in tutta la massa; ciò può stare in rapporto con corpi batterici in sospensione o con resti di corpi batterici, ad es. di ciglia, che si sono fatti sede della decomposizione tellurica. Non è però escluso, che una piccola parte della sostanza decomposta sia libera nel terreno culturale, fuori della cellula che l'ha prodotta.

\*  
\* \*

La decomposizione del tellurito di cui qui è parola è da interpretarsi come un fenomeno vitale diretto, ovvero è dessa inerente ad un'energia reattiva di particolari prodotti di ricambio, frutto secondario della vita cellulare stessa?

Per contribuire alla risposta di un tale quesito, ho fatto queste esperienze:

1. Culture abbondanti di b. dissenterico, di b. coli e di b. tifico vennero sterilizzate con un soggiorno di parecchie ore a 60°, cioè ad una temperatura che concilia la soppressione della vita batterica insieme ad un sufficiente rispetto del protoplasma e dei suoi prodotti. Quando ebbi la sicurezza che un trapianto delle varie patine si manteneva sterile, umettai le patine



stesse con la soluzione di tellurito e le feci poi rimanere in termostato 48 ore. Non ebbi alcuna reazione colorata, che potesse menomamente paragonarsi a quanto succedeva in tutti i controlli su batteri viventi. Analoga esperienza fatta con culture di *mucor mucedo* e di *penicillium glaucum* approdò agli stessi risultati.

2. Ottenuto copioso sviluppo dei suddetti germi in brodo, vi aggiunsi il tellurito in dose da poter contare su un'azione antisettica decisa. Non constatai in maniera apprezzabile il fenomeno, che qui c'è interesse.

3. Analoghe culture ricevettero dosi tollerabilissime di arsenito potassico, dopo aver ricevuto però altre dosi forti di un'altro antisettico.

Ebbi lo stesso risultato come sopra.

4. Finalmente, culture di tifo filtrate attraverso la porcellana si mostrarono inattive con tracce di tellurito potassico.

Di fronte a queste osservazioni dovrei dunque concludere che la decomposizione del tellurito è qui indizio della vita batterica diretta: forse potrà essere anche più esatto il dire, dello sviluppo batterico. In tutti i modi laddove non c'è vita, si constata in proposito anche l'inerzia. Naturalmente qui prescindendo dai fenomeni, quali potrebbero riprodursi con processi chimici.

\*  
\* \*

Quale può essere la natura della bioreazione qui ricordata?

Con ogni probabilità trattasi di un processo di riduzione. Forse potrà andarsi fino all'eliminazione del tellurio metallico. Forse sono anche diversi i composti, che possono formarsi a seconda dei vari microorganismi, su cui cade la prova: avuto riguardo al fatto, che, in certi casi, si manifestano tinte violacee o violaceo-nerastre, torna ovvio pensare alla formazione di tellururi o di politellururi. Ad ogni modo, l'ultima parola in proposito potrà dirsi soltanto allorchè sia ben definita la composizione chimica dei vari precipitati, che si ottengono in seno alle colture. All'uopo io attendo ora alla preparazione del materiale di studio e ricorrerò anche all'aiuto del chimico analista.

\*  
\* \*

Giova infine domandarci, se le osservazioni, che formano oggetto della presente Nota, possono avere qualche importanza pratica.

Un'applicazione probabile può essere quella inerente ad un mezzo per renderci conto della vita batterica o di uno sviluppo batterico in genere. Al proposito si sperava di avere un sussidio nell'indaco azzurro. Ma da esperienze fatte in questo laboratorio, le speranze andarono svanite. Questa reazione sui telluriti si presenta invece feconda di maggiori garanzie. Egli è certo, che si

può giungere ad una tale diluizione del tellurito, da non temere alcuna conseguenza, per una traccia del sale, che avesse ad introdursi nel nostro corpo; ed intanto su questa traccia si può contare come su di una spia d'un inquinamento, che abbia potuto aver luogo. V'ha un infinità di materiali che ci preme di mantenere rigorosamente sterili o che, in certi casi, è doveroso lo scartare dall'uso ove sterili non si siano mantenuti. Senza ricordare gl'infiniti casi di sostanze alimentari liquide, di cui ci interessa la conservazione, basta l'esempio di taluni medicinali e, prima di tutti, quello dei sieri terapeutici. Si sa che per quante cautele si vogliano imporre, il controllo di purezza non può che dare una garanzia molto relativa. Di più, dopo un certo periodo, è difficile, che una boccetta di siero, per quanto sia bene confezionata, vada esente da un certo intorbidamento. Ed interessa al sommo il conoscere, se l'opalescenza è un fatto per così dire normale e trascurabile, o non piuttosto frutto della vita di microorganismi. In tal caso una traccia di tellurito, che sia stata aggiunta può togliere ogni dubbio, in base ai fenomeni di cui vedemmo capace questo sale in presenza di batteri viventi. Al riguardo ho fatto 50 prove su campioni di siero, a cui aggiunti tracce di altrettanti campioni di pulviscolo raccolto in diversi punti del laboratorio. Nel corso di pochi giorni tutte le boccette inquinate rivelarono l'annerimento caratteristico (<sup>1</sup>). D'altra parte l'aggiunta di tracce di tellurito potassico al siero non produce per sè stessa un tale fenomeno.

Un altro campo d'applicazione sarebbe quello della diagnosi differenziale fra le diverse specie batteriche e ciò per la relativa diversa sensibilità dei germi ai telluriti e diversa attitudine a trasformarli.

Io spero pertanto, che queste osservazioni abbiano anche un frutto pratico. L'ulteriore critica sperimentale dirà, se questa speranza è stabilmente fondata ed a quali condizioni.

(<sup>1</sup>) La massima decomposizione dei telluriti si ottiene per lo sviluppo di cocchi piogeni. E ciò parmi sia di pratico interesse, tanto per la notevole diffusione che hanno questi germi, quanto perchè essi rappresentano il pericolo più ovvio d'inquinazione dei sieri terapeutici.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

*presentate nella seduta del 10 aprile 1904.*

- Abraham H.* — Recueil d'expériences élémentaires de physique, publié avec la collaboration de nombreux physiciens, etc. Paris, 1904. 8°.
- Albert de Monaco.* — Résultats des compagnes scientifiques accomplies sur son yacht. Fascicule XXV°. Spongiaires des Açores per E. Topsent. Monaco, 1904. 4°.
- Antrag der von der internationalen Association der Akademien Niedergesetzten. Commission für Gehirnforschung, der Generalversammlung der Association in London zum 25. Mai 1904 vorgelegt. Leipzig, 1904. 8°.
- Benedikt M.* — Krystallisation und Morphogenesis. Wien, 1904. 8°.
- Bentley W. A.* — Studies among the snow crystals during the winter of 1901-2 with additional data collected during previous winters and twenty-two halftone plates. (From the Ann. Summary of the Monthly Weather Review for 1902). 4°.
- Boletin del Cuerpo de Ingenieros de Minas del Perú. N. 3. Lima, 1903. 8°.
- Bollettino mensile della Società Cattolica Italiana per gli studi scientifici. Genn. Febr., n. 1-2. Pisa 1904, 8°.
- Catalogue of books added to the Radcliffe Library, Oxford University Museum, during the year 1903. Oxford. 1904. 8°.
- Calò B.* — Su alcuni problemi relativi alla deformazione delle congruenze. (Rend. della R. Acc. delle Scienze fis. e mat. di Napoli). Febbraio 1904. 8°.
- Colomba L.* — Ancora poche parole di risposta all'ing. Franchi. Padova, 1904. 8°.
- Contarino F.* — Osservazioni del Pianeta Eros fatte al Circolo meridiano del R. Osservatorio di Capodimonte, durante l'apposizione 1900-1901. Napoli, 1903. 8°.
- Curci A.* — L'organismo vivente e la sua anima. Catania, 1904. 8°.
- Faggioli F.* — Giovanni Bianchi (Ianus Plancus) da Rimini come naturalista. Firenze, 1903. 8°.
- His W.* — Protokoll der von der internationalen Association der Akademien Niedergesetzten Centralkommission für Gehirnforschung. Leipzig, 1904. 8°.
- Index des Publications de l'Institut météorologique de Roumanie sous la direction de Mr. St. C. Hepites. 1885-1903. Bucuresci, 1902. 8°.
- Lockyer W. J. S.* — Sunspot variation in latitude, 1861-1902. From the Proc. of the R. Soc. Vol. 73. 8°.



- Milia (R. di)*. — Prospetto sistematico dell'Ittiofauna del mare di Sciacca. Sciacca, 1904. 4°.
- Osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte nell'anno 1903. S. I. ed a. 8°.
- Pascal E.* — Le forme differenziali ad una sola variabile e a coefficienti costanti in relazione colla formola per il differenziale  $n^{\text{mo}}$  dell'esponenziale. Milano, 1904. 8°.
- Pasquale M.<sup>e</sup>* — Su di un *Palaeorhynchus* dell'Arenaria eocenica di Ponte Nuovo presso Barberino di Mugello (Prov. di Firenze). Napoli, 1904. 8°.
- Pincherle S.* — Sui limiti della convergenza di alcune espressioni analitiche. Bologna, 1904. 8°.
- Id.* — Sur une série d'Abel (Ext. des Acta Mathematica. Tome 28). 4°.
- Pollacci E.* — Diffusion de l'acide sulfocyanique dans les deux règnes organiques. Son action sur le calomel. Turin, 1904. 8°.
- Società cattolica italiana per gli studi scientifici. Bollettino mensile, gennaio-febbraio 1904. Pisa, 1904. 8°.
- Société française de Physique. — Recueil de données numérique, etc. Optique, par H. Bufer. Fasc. I, II, III, vol. 3. Paris, 1898-1900. 8°.
- Tommasina Th.* — L'hypothèse des électrons et la corrélation des forces physiques. Évreux, 1903. 4°.
- Id.* — Sur la scintillation du sulfure de zinc phosphorescent, en présence du radium, revivifiée par les décharges électriques. Paris, 1903. 4°.
- Traité de Chimie minérale, publié sur la direction de H. Moissan. Tome premier; Métalloïdes, fasc. I. — Tome troisième: Métaux, fasc. I. Paris, 1904. 8°.
- University of Chicago. The Decennial Publication. The Spectra of Stars of Secchi's fourth type, by G. E. Hale, ecc. Chicago, 1903. 4°.
- Willcoks W.* — The Assuân Reservoir and Lake Moeris. London, 1904. 8°.
- Wisconsin Geological and Natural History Survey. Bull. N. IX, X. Economie Series. N. 5, 6. Madison, 1903. 8°, 2 vol.

DISSERTAZIONI ACCADEMICHE  
DELLE UNIVERSITÀ DI MARBURG, JENA.

I. — MARBURG.

- Abel M.* — Beiträge zur Kenntnis der Regenerationsvorgänge bei den limnicolen Oligochäten. Marburg, 1902. 8°.
- Ademeit W.* — Beiträge zur Siedlungsgeographie des unteren Moselgebietes. Marburg, 1903. 8°.

- Aders W. M.* — Ueber die Theilung von Protohydra Leuckarti. Marburg, 1902. 8°.
- Alst H.* — Die Geburten der Frauen unter 140 cm. Grösse. Marburg, 1902. 8°.
- Baach A. R.* — Die Retropharyngeal-Abscesse und deren Behandlung. Marburg, 1903. 8°.
- Bellach V.* — Die Struktur der photographischen Negative. Marburg, 1903. 8°.
- Bergmann W.* — Untersuchungen über die Eibildung bei Anneliden und Cephalopoden. Marburg, 1902. 8°.
- Boedicker H.* — Die Mastitis in der Marburger Entbindungs-Anstalt in den Jahren 1885-1902: ihre Prophylaxe und Therapie. Marburg, 1903. 8°.
- Böse R.* — Ueber den Heilungsvorgang bei Verletzungen der hinteren Linsenkapsel. Marburg, 1903. 8°.
- Böttcher K.* — Untersuchungen über Derivate des Tetrabrom -p- kresolpseudobromids. Marburg, 1903. 8°.
- Braun V.* — Breitäge zur Kenntniss der Bromsilbergelatine. Marburg, 1902. 8°.
- Bruncke H.* — Ueber Bromderivate des a-Naphtols. Marburg, 1903. 8°.
- Bruns D.* — Ueber Corybulbin und Isocorybulbin. Ein Beitrag zur Kenntniss der Corydalisalkaloide. Marburg, 1903. 8°.
- Brusis A.* — Untersuchungen über die Veränderungen an der Kaninchen-speicheldrüse nach Unterbindung ihres Ausführungsganges. Marburg, 1903. 8°.
- Bürger F. L.* — Beziehungen der Tuberculose zu der Anthracosis. Marburg, 1903. 8°.
- Caspar K.* — Praktische Schlussfolgerungen aus dem Verfahren der Abtragung der oberen Uebergangsfalte der Lidbindehaut bei Augenerkrankungen, speziell bei Trachom. Marburg, 1903. 8°.
- Dapper M.* — Ueber Fleischmast beim Menschen. Marburg, 1902. 8°.
- Eichelburg S.* — Ueber den Einfluss der Drüsengifte Atropin und Pilocarpin auf den Stoffwechsel, insbesondere auf die Ausscheidung von Stickstoff, Phosphorsäure und Harnsäure. Marburg, 1903. 8°.
- Ellis D.* — Beiträge zur Kenntniss der Coccaceen und Spirillaceen. Marburg, 1902. 8°.
- Feldhaus J.* — Quantitative Untersuchung der Verteilung des Alkaloides in den Organen von Datura stramonium L. Marburg, 1903. 8°.
- Fingerling A.* — Untersuchungen über Benzimidazol-derivate. Marburg, 1903. 8°.
- Fischer H.* — Untersuchungen über o-Diamidostilben. Marburg, 1902. 8°.
- Fischer W.* — Ueber Fremdkörper im normalen Oesophagus und ihre Entfernung aus demselben. Marburg, 1903. 8°.

- Gause K.* — Ueber die Psychosen bei Morbus Basedowii. Marburg, 1902. 8°.
- Gossrau G.* — Beobachtungen über die Dauer der Schwangerschaft. Marburg, 1902. 8°.
- Grau J. E.* — Beiträge zur Histogenese der Lungeninduration. Marburg, 1902. 8°.
- Grünberg K.* — Untersuchungen über die Keim- und Nährzellen in den Hoden und Ovarien der Lepidopteren. Ein Beitrag zur Kenntnis der Entwicklung und Ausbildung der Keimdrüsen bei den Insekten. Marburg, 1903. 8°.
- Haedicke G.* — Ueber die Ausbreitung der Tuberkulose im Distrikt der Marburger Poliklinik. Marburg, 1902. 8°.
- Heyne W.* — Ueber o-Biderivate der Benzolsulfosäure. Marburg, 1902. 8°.
- Hirsch H.* — Beitrag zur Lehre von der placenta praevia. Marburg, 1902. 8°.
- Hirsch R.* — Die bei Erkrankungen der Brücke und des verlängerten Markes beobachteten Symptome unter spezieller Berücksichtigung der ocularen Symptome. Marburg, 1903. 8°.
- Hoffmann B.* — Epityphlitis in frühen Kinderalter und ihre Beziehungen zu der gleichen Erkrankung Erwachsener. Marburg, 1903. 8°.
- Huneus W.* — Aufsteigende Sepsis in partu und in puerperio, die Hauptursache der puerperalen Selbstinfektion. Marburg, 1903. 8°.
- Jahrmärker M.* — Zur Frage der Dementia praecox. Halle, 1902. 8°.
- Jatko M.* — Ueber universelles Oedem beim Neugeborenen. Marburg, 1902. 8°.
- Keller P.* — Ueber die Luxation des Talus. Marburg, 1902. 8°.
- Kindt K. R.* — Der Exophthalmus und die Krönlein'sche Operation. Marburg, 1903. 8°.
- Klassert M.* — Kritische Studien über die Bestimmung der Phosphorsäure als Magnesiumpyrophosphat bzw. Magnesiumammoniumphosphat. Marburg, s. a. 8°.
- Knopf L.* — Beiträge zur Kenntnis des Phlorhizindiabetes. Marburg, 1902. 8°.
- Koppen A.* — Ein Beitrag zur Kenntnis der pathologischen Anatomie der Retina bei chronischer Nephritis mit besonderer Berücksichtigung der Sternfigur in der Macula lutea. Marburg, 1902. 8°.
- Korndöfer G.* — Ueber einige Acylderivate des Guanidins. Marburg, 1903. 8°.
- Kroemer K.* — Wurzelhaut Hypodermis und Endodermis der Angiospermwurzel. Marburg, 1903. 4°.
- Maeder H.* — Die Geburten in den Entwicklungsjahren bis zum 18 Jahre. Marburg, 1903. 8°.
- Maillard F.* — Die Kraniotomie an der Marburger Entbindungsanstalt 1886-1902. Marburg, 1903. 8°.



- Malkomesius P.* — Ueber die Einwirkung von conc. Salpetersäure auf 2, 5-Toluidinsulfosäure. Marburg, 1902. 8°.
- Münch S.* — Untersuchung über p-Dioxystilben. Marburg, 1903. 8°.
- Noll R.* — Ueber Pankreas-Nekrose. Marburg, 1903. 8°.
- Ottow W. M.* — Chemische Untersuchungen über Phyllantus Niruri L. und über Euphorbon. Marburg, 1902. 8°.
- Rettberg W.* — Zur Chirurgie des in die Bauchhöhle durchgebrochenen Magengeschwürs. Marburg. 1902. 8°.
- Richarz F.* — Ueber Temperaturänderungen in künstlich auf- und abgewegter Luft. Marburg, 1902. 4°.
- Riehn W.* — Operationen am Magen (von 1. April 1894 bis 13. Juni 1902). Marburg, 1902. 8°.
- Römer P. H.* — Ueber Tuberkelbacillenstämmen verschiedener Herkunft. Marburg, 1903, 8°.
- Schenck L.* — Missed labour und Uebertragung. Marburg, 1903. 8°.
- Schicke R.* — Melaena neonatorum spuria. Marburg, 1902. 8°.
- Schultz W.* — Beiträge zur Kenntniss der Basalte aus der Gegend von Homberg a. E. Marburg, 1902. 8°.
- Seargent C.* — Ueber die Genauigkeit der galvanometrischen Methoden zur Bestimmung der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes von galvanischen Elementen. Marburg, 1903. 8°.
- Seddig M.* — Darstellung des Verlaufes der elektrischen Kraftlinien, und insbesondere ihrer Richtungsänderungen durch Dielektrika. Leipzig, 1903. 8°.
- Sieverz H. E.* — Ueber 3 Fälle von Durchbruch tuberkulöser Bronchialdrüsen in die Luftwege. Marburg, 1902. 8°.
- Torkel K. E. F.* — Besteht eine gesetzmässige Verschiedenheit in Verlaufsart und Dauer der progressiven Paralyse je nach dem Charakter der begleitenden Rückenmarksaffection? Marburg, 1903. 8°.
- Trebs K.* — Die Veränderungen des Hodens nach experimentellen Verschluss des Samenleiters. Marburg, 1903. 8°.
- Uhrig A.* — Nachweis elektrischer Leitfähigkeit in Gasen für einige Fälle von bereits bekannten Auftreten des Dampfstrahlphänomens. Marburg, 1903. 8°.
- Urban W.* — Ueber alkylierte d.-sec.-Butyl-Thioharnstoffe und-Harnstoffe. Marburg, 1903. 8°.
- Vial F.* — Die Resultate von 86 Frühgeburts-einleitungen mittels intrauteriner Ballonmethode, Marburg, 1903. 8°.
- Vogt F.* — Untersuchungen über den Pigmentgehalt von transplantierte Meerschweinchenhaut. Marburg, 1905, 8°.
- Walther K.* — Das Unterdevon zwischen Marburg a. L. und Herborn (Nassau). Marburg, 1902. 8°.

- Weege H.* — Ueber den Volvulus der flexura sigmöidea. Marburg, 1903. 8°.
- Wintzer P.* — Ueber Blutungen aus des Sjnus circularis ohne Vorhandensein von Placenta praevia. Marburg, 1903. 8°.
- Wollenberg W.* — Ueber Derivate des Dioxyphenylmethans. Marburg, 1902. 8°.
- Zia H.* — Ueber den Wert der tinctoriellen Untersuchung zur Feststellung der Aetiologie verschiedener Conjunctivitisformen. Marburg, 1903. 8°.

## II. — JENA.

- Althans H.* — Statistisches über das Vorkommen der rheumatoiden Pleuritis. Blankenhain, 1903. 8°.
- Arnheim J.* — Ein Beitrag zur Lehre von den Nahrungsmengen des Brustkindes. S. l. 1903. 8°.
- Bartsch J. A.* — Ueber diabetische Psychosen. Jena, 1903. 8°.
- Behm W.* — Ueber die traumatische Linsenluxation. Jena, 1903. 8°.
- Behr J.* — Beiträge zu den Beziehungen zwischen eutropischen und isomorphen Substanzen. Stuttgart, 1903, 8°.
- Bock K.* — Beiträge zur Kenntnis des Tetramethyldiaminomethans und verwandter Basen. Jena, 1903. 8°.
- Bock P.* — Ueber das Anhydrid des Diazobenzoylacetons. Jena, 1902. 8°.
- Breede W.* — Ein Fall von Pseudohypertrophie der Muskulatur mit ungewöhnlicher Lokalisation der Pseudohypertrophie. Jena, 1903. 8°.
- Brexendorff C.* — Ueber Hautaffektionen bei Pseudoleukämie. Jena, 1903. 8°.
- Brock M. F.* — Zur Genese der Oesophagusblutungen. Jena, 1903. 8°.
- Brownsdon — H. W. I.* Ueber Alkoholbasen aus Aethylendiamin und über das Aethylenbismorpholin. — II. Ueber die Einwirkung von Aethylenoxyd auf Hydrazinhydrat und über das Morpholyhydrazin. Jena, 1902. 8°.
- Büschelberger C.* — Beiträge zur Kenntnis einiger Camphenpyrrolabkömmlinge. Jena, 1902. 8°.
- Clausen W.* — Ein Beitrag zur Kenntnis der Explosionsverletzungen der Auges durch Dynamit und Pulver. Jena, 1903. 8°.
- Cunnington W. A.* — Studien an einer Daphnide, *Simocephalus sima*. Beiträge zur Kenntnis des Centralnervensystems und der feineren Anatomie des Daphniden. Jena, 1902. 8°.
- Dependorf T.* — Mitteilungen zur Anatomie und Klinik des Zahnfleisches und der Wangenschleimhaut nach mikroskopischen Untersuchungen an verschiedenen menschlichen Altersstadien. Wien, 1903. 8°.
- Detto C.* — Ueber die Bedeutung des ätherischen Oele bei Xerophyten. München, 1903. 8°.
- Dressler P.* — Ueber die Einwirkung der Tuberculin R auf Lupus. Kahla, 1903. 8°.

- Eichert W.* — Ueber indirekte Opticusverletzungen bei Schädeltrauma. Jena, 1903. 8°.
- Eichhorn A.* — Entwurf einer Sonnenscheindauer-Karte für Deutschland. Gotha, 1903. 8°.
- Fahrenholtz W.* — Ueber Tuberculose der Tränendrüse. Schwedt, 1903. 8°.
- Greiner A.* — Ueber orthogonale Invarianten der Kurven dritten Ordnung mit unendlich fernem Doppelpunkt und ihre geometrische Bedeutung. Jena, 1902. 8°.
- Gründgens C.* — Ueber Katarakt nach Kontusion ohne Bulbusruptur. Jena, 1902. 8°.
- Harrass P.* — Ueber die Narkotische und Krampferregende Wirkung aliphatischer und aromatischer Säuren und ihrer Amide. Jena, 1903. 8°.
- Hechmann B.* — Zwei Fälle von Röntgndermatitis aus der chirurgischen Klinik. zu Jena. Jena, 1903. 8°.
- Ishikuro K.* — Ueber die Becherzellen in der Conjunctiva. Jena, 1903. 8°.
- Jahr A.* — 30 Fälle von Carcinoma linguae. Jena, 1903. 8°.
- Kaiser B.* — Ueber die Behandlung der Varices. Jena, 1903. 8°.
- Kassler O.* — Beckengeschwülste und Echinococcen der Beckenknochen. Mühlhausen, s. a. 8°.
- Kleider O.* — Ueber Zahncysten. Saafeld, 1902.
- Köddermann G.* — Ueber seltenere motorische Krankheitserscheinungen bei Tabes dorsalis. Jena, 1903. 8°.
- Koenig A.* — Beitrag zur Kenntnis der Augenveränderungen nach Schädelbasisfraktur. Jena, 1903. 8°.
- Krüss H. A.* — Die Durchlässigkeit einer Anzahl Jenaer optischer Gläser für ultraviolette Strahlen. Berliner, 1903. 4°.
- Lemme R.* — Ueber das 2.5-Hexandiol und seine Umwandlungsprodukte. Jena, 1902. 8°.
- Lonhardt H.* — Ueber den osteomyelitischen Knochenabscess. Jena, 1903. 8°.
- Leippoldes W.* — Welchen Wert hat die Bestockungsfähigkeit des Getreides? Jena, 1903. 8°.
- Lorentz G.* — Beiträge zur Kenntnis der Diazoanhydride. Jena, 1902. 8°.
- Lubosch W.* — Ueber die Nukleolarsubstanz des reifenden Tritoneneies nebst Betrachtungen über das Wesen der Eireifung. Jena, 1902. 8°.
- Machold B.* — Ein Fall von letal verlaufenem Eczema impetiginosum. Jena, 1903. 8°.
- Mammelis A. G.* — Syphilis des Mediastinums. Jena, 1903. 8°.
- Mangold E.* — Ueber die postmortale Erregbarkeit quergestreifter Warmblütermuskeln. S. 1., 1903. 8°.
- Marcuse M.* — Anatomisch-Biologischer Beitrag zur Mykorrhizenfrage. Dessau, 1902. 8°.
- Messerschmidt G. F.* — Ueber Ostitis deformans beider Schienbeine und des linken Wadenbeines. Jena, 1902. 8°.



- Montag F.* — Klinische Beobachtungen über die Wirkung des Agurins auf die Diurese und den Blutdruck. Weimar, 1903. 8°.
- Ortmann R.* — Ueber das Babinski'sche Zehenphaenomen mit Berücksichtigung seiner Bedeutung für Hysterie und progressive Paralyse. Salzungen, 1903. 8°.
- Reinhold F.* — Zwei Fälle von Diplegia spastica (Little'sche Krankheit) bei zwei Geschwistern. Jena, 1902. 8°.
- Rinck W.* — Ueber die Beziehungen der perniziösen Anämie zum Magenkrebs. Erfurt, 1903. 8°.
- Ritgen W.* — Das Waldecker Rind. Jena, 1903. 8°.
- Robertson J. G.* — Beiträge zur Kenntnis des Camphenamins und Amidoborneols. Jena, 1902. 8°.
- Rose A.* — Das ostpreussische Rittergut Müggen von 1860 bis 1902. Königsberg, 1903. 8°.
- Scharff C.* — Seltener Lokalisationen des Anämischen Lymphoms. Jena, 1903. 8°.
- Schenk O.* — Die antennalen Hautsinnesorgane einiger Lepidopteren und Hymenopteren mit besonderer Berücksichtigung der sexuellen Unterschiede. Jena, 1902. 8°.
- Schmidt J.* — Keplers Erkenntnis und Methodenlehre. Jena, 1903. 8°.
- Schultz A.* — Ein Beitrag zur Kenntnis der traumatischen serösen Iriszysten. Jena, 1902. 8°.
- Trappe P.* — Ueber das Anhydrid des Diazoacetessigesters. Jena, 1902. 8°.
- Vierling G.* — Ein Fall von intermittierendem Hinken (Claudication intermittente Charcot). Jena, 1902. 8°.
- Vollheim H.* — Zur Kasuistik der „Bechterew'schen Wirbelsteifigkeit“. Eisleben, 1902. 8°.
- Wagner B.* — Ueber quantitative Bestimmungen wässriger Lösungen mit dem Zeiss'schen Eintauchrefraktometer. Sondershausen, 1903. 8°.
- Wedemann F.* — Ein Fall von Dermoid der Niere. Jena, 1902. 8°.
- Weller P.* — Zwei Fälle von primären Sarkom des Dünndarms. Jena, 1902. 8°.
- Wellinger K.* — Ueber die Anlagerung von Acetessigester an Carvon. Jena, 1903. 8°.
- Zailer V.* — Die Land und Alpenwirtschaft im den österreichischen Alpenländern. Wien, 1903. 8°.
- Ziegenbein H. K.* — Ueber die Verbesserung unserer deutschen Landrindviehrassen durch Reinzucht unter besonderer Berücksichtigung der im Grossherzogtum Hessen, in Bayern, in Baden, in Waldeck, auf dem Harze und in Schlesien gehaltenen Landschläge. Oldenburg, 1902. 8°.







